

# Облікова картка дисертації

## I. Загальні відомості

Державний обліковий номер: 0822U101014

Особливі позначки: відкрита

Дата реєстрації: 05-12-2022

Статус: Захищена

Реквізити наказу МОН / наказу закладу:



## II. Відомості про здобувача

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Богун Владислав Анатолійович

2. Bogun Vladyslav A.

Кваліфікація:

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Вид дисертації: доктор філософії

Аспірантура/Докторантура: так

Шифр наукової спеціальності: 113

Назва наукової спеціальності: Математика та статистика. Прикладна математика

Галузь / галузі знань:

Освітньо-наукова програма зі спеціальності: Не застосовується

Дата захисту: 18-11-2022

Спеціальність за освітою: 113 Математика та статистика. Прикладна математика

Місце роботи здобувача:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

### **III. Відомості про організацію, де відбувся захист**

**Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради):** ДФ 26.001.345

**Повне найменування юридичної особи:** Київський національний університет імені Тараса Шевченка

**Код за ЄДРПОУ:** 02070944

**Місцезнаходження:** вул. Володимирська, буд. 60, м. Київ, 01033, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

### **IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію**

**Повне найменування юридичної особи:** Київський національний університет імені Тараса Шевченка

**Код за ЄДРПОУ:** 02070944

**Місцезнаходження:** вул. Володимирська, буд. 60, м. Київ, 01033, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

**Повне найменування юридичної особи:** Київський національний університет імені Тараса Шевченка

**Код за ЄДРПОУ:** 02070944

**Місцезнаходження:** вул. Володимирська, буд. 60, м. Київ, 01033, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

### **V. Відомості про дисертацію**

**Мова дисертації:**

**Коди тематичних рубрик:** 27.43.15

**Тема дисертації:**

1. Дослідження асимптотичних властивостей випадкових дерев
2. Asymptotic properties of random trees

**Реферат:**

1. Дисертаційна робота присвячена дослідженню асимптотичних властивостей випадкових дерев, коли кількість вершин у дереві прямує до нескінченності. В роботі розглянуто три класи випадкових дерев, представлено результати про асимптотичну поведінку профілів, моди, ширини, висоти, довжин певних шляхів та інших характеристик. Першим класом є випадкові дерева простої будови, що є класичною моделлю в літературі. Її можна описати наступним чином: на кожному кроці в дереві навмання вибирається вершина з певної підмножини та до неї додаються нові вершини. До цього класу належать випадкові рекурсивні дерева та бінарні дерева пошуку. Другою моделлю слугують дерева загальних гіллястих процесів. Третіми виступають VP-дерева, що виникають в комп'ютерних науках як структура даних для швидкого виконання запиту пошуку найближчого сусіда. В даній дисертаційній роботі продовжено дослідження випадкових дерев методами та техніками, використаними в нещодавніх роботах О. Іксанова, З. Каблучка, О. Маринича, Г. Зульцбаха та інших. При цьому отримано нові результати та збагачено загальну теорію, що використовується для доведень. Окрім цього в роботі досліджується новий клас дерев, що раніше не вивчався з ймовірнісної точки зору. Автором дисертації отримано повні асимптотичні розклади майже напевне для профілів випадкових дерев простої будови, доведено граничні теореми для моди і ширини та запропоновано нові характеристики для випадкових величин, що при цьому виникають, у вигляді стохастичних рівнянь нерухомої точки. Проаналізовано висоту дерев загального гіллястого процесу побудованого за збуреним випадковим блуканням. Додатково автором отримано асимптотики згорток Лебега–Стілтєса функцій лінійного росту, що з'являються при дослідженні подібних дерев на проміжних рівнях, а відповідні результати застосовані до функцій відновлення. Також було доведено слабкий закон великих чисел для довжини найлівішого шляху у VP-дереві та граничну теорему щодо її збіжності вздовж підпоследовностей. Нарешті, були дослідженні розбиття простору, що породжує випадкове VP-дерево. Отримано результат про скінченність моменту першого повернення в певні стани цих розбиттів, доведено існування стаціонарного розподілу відповідного ланцюга Маркова на множині розбиттів та збіжність до нього, а сам стаціонарний розподіл підраховано у явному вигляді. Основні теоретичні результати супроводжуються математичним моделюванням та комп'ютерними симуляціями виконаними за допомогою мови програмування Python3, що підтверджують відповідні твердження та дають краще уявлення про досліджувані величини. Дисертаційна робота має як теоретичне так і прикладне значення. Випадкові дерева мають численні застосування в аналізі структур даних та алгоритмів, а також для моделювання процесів еволюції та поширення в багатьох прикладних науках, зокрема біології, медицині, соціології, економіці та інших. Отримані в роботі результати можуть знайти застосування в згаданих сферах, а запропоновані математичні методи можна використовувати для подальших досліджень інших класів дерев.

2. The thesis is devoted to the analysis of asymptotic properties of random trees when the number of vertices goes to infinity. The work considers three classes of random trees and presents results on the asymptotic behaviour of profiles, mode, width, height, length of particular paths etc. The first class is simply generated random trees, which is a classic model in the literature. It can be described in the following way: on each step we pick a vertex uniformly at random from a subset of all vertices and add new vertices to the chosen one according to some prescribed rule. This class contains, in particular, random recursive trees and binary search trees. The second model is general branching process trees. Thirdly, we consider VP-trees, which appeared for the first time in computer science as a data structure for fast execution of nearest neighbor search queries. In the present work we continue the analysis of random trees using methods and techniques developed in recent works of A. Iksanov, Z. Kabluchko, A. Marynych, H. Sulzbach et al. Not only we obtain new results but also improve general theory which is used in the proofs. Moreover, we analyse a new type of trees, which has not been studied before from a probabilistic viewpoint. We obtain complete asymptotic expansions almost surely for profiles of simply generated random trees and provide limit theorems for mode and width, as well as propose new characterizations of random variables, which appear as the coefficients, via stochastic fixed-point equations. We also analyse the height of a general branching process tree of an iterated perturbed random walk. As a byproduct we derive new asymptotics for Lebesgue–Stieltjes convolutions of functions of linear growth which appear in the analysis of intermediate levels of trees of iterated perturbed random walk and apply these results to renewal functions. Besides we prove a

weak law of large numbers for the length of the leftmost path in a VP-tree and a limit theorem for this length along subsequences. Finally, we study partitions of a space generated by a random VP-tree. We prove the finiteness of the moment of the first return to certain states of these partitions, the existence of a stationary distribution of the corresponding Markov chain on the set of partitions and convergence this stationary distribution, which is also calculated explicitly. Most of theoretical results are accompanied by mathematical modelling and computer simulations using a programming language Python3, which confirms the obtained assertions and gives a better understanding of studied quantities. The thesis is both of theoretical and applied nature. Random trees have numerous applications in data structures and algorithms analysis, and in modelling of evolution and distribution processes in many applied sciences, in particular, in biology, medicine, sociology, economics etc. Obtained results can be used in the aforementioned areas, and developed mathematical methods can be used for future research of other classes of trees.

**Державний реєстраційний номер ДіР:**

**Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки:**

**Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності:**

**Підсумки дослідження:**

**Публікації:**

**Наукова (науково-технічна) продукція:**

**Соціально-економічна спрямованість:**

**Охоронні документи на ОПВ:**

**Впровадження результатів дисертації:**

**Зв'язок з науковими темами:**

## **VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Маринич Олександр Віталійович
2. Marynych Oleksandr Vitalijovich

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., 01.05.04

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

## **VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів**

### **Офіційні опоненти**

#### **Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Нікітін Анатолій Володимирович
2. Nikitin Anatolii V.

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., 01.05.04

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

#### **Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Пилипенко Андрій Юрійович
2. Pilipenko Andrey Yuriyovych

**Кваліфікація:** д.ф.-м.н., 01.01.05

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

### **Рецензенти**

#### **Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Семенов Володимир Вікторович
2. Semenov Volodymyr Viktorovych

**Кваліфікація:** д.ф.-м.н., 01.05.01

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Самойленко Ігор Валерійович

2. Samoilenko Ihor V.

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., 01.05.04

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

## **VIII. Заключні відомості**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові  
голови ради**

Капустян Олена Анатоліївна

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові  
головуючого на засіданні**

Капустян Олена Анатоліївна

**Відповідальний за підготовку  
облікових документів**

**Реєстратор**

**Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є  
відповідальним за реєстрацію наукової  
діяльності**

Юрченко Т.А.

