

Облікова картка дисертації

I. Загальні відомості

Державний обліковий номер: 0822U100967

Особливі позначки: відкрита

Дата реєстрації: 24-10-2022

Статус: Захищена

Реквізити наказу МОН / наказу закладу:



II. Відомості про здобувача

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Прохорчук Вероніка Анатоліївна

2. Prokhorchuk Veronika A.

Кваліфікація:

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Вид дисертації: доктор філософії

Аспірантура/Докторантура: так

Шифр наукової спеціальності: 111

Назва наукової спеціальності: Математика та статистика. Математика

Галузь / галузі знань:

Освітньо-наукова програма зі спеціальності: Не застосовується

Дата захисту: 16-09-2022

Спеціальність за освітою: Математика

Місце роботи здобувача:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

III. Відомості про організацію, де відбувся захист

Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради): ДФ 26.001.339

Повне найменування юридичної особи: Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Код за ЄДРПОУ: 02070944

Місцезнаходження: вул. Володимирська, буд. 60, м. Київ, 01033, Україна

Форма власності:

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію

Повне найменування юридичної особи: Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Код за ЄДРПОУ: 02070944

Місцезнаходження: вул. Володимирська, буд. 60, м. Київ, 01033, Україна

Форма власності:

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

V. Відомості про дисертацію

Мова дисертації:

Коди тематичних рубрик: 27.17.17

Тема дисертації:

1. Автоматні зображення груп
2. Automaton representations of groups

Реферат:

1. Дисертаційна робота присвячена побудові точних скінченно автоматних зображень ряду скінченно породжених груп. Природною необхідною умовою для груп, які допускають такі зображення, є резидуальна скінченність. Розглядаються точні скінченно автоматні зображення для таких скінченно породжених резидуально скінченних груп, які за своєю комбінаторною структурою є близькими до вільних груп. А саме, груп, що розкладаються у вільні добутки своїх підгруп, амальгамовані вільні добутки, або є HNN-розширеннями. Розділ 2 присвячений побудові точних зображень амальгамованих вільних добутків циклічних груп по циклічній підгрупі за допомогою скінченних автоматів над деяким скінченним алфавітом. А саме, використовуючи узагальнення леми про пінг-понг показано, що вказаний амальгамований вільний добуток породжується автоматними підстановками, визначеними ініціальними автоматами з 4 станами. Окремо розглянуто випадок тривіальної амальгамації, тобто побудовано точне зображення амальгамованого

вільного добутку вказаних груп по одиничній підгрупі. В цьому випадку автомати, в яких визначаються необхідні автоматні підстановки, мають по 2 внутрішні стани. В Розділі 3 побудовано точне зображення амальгамованих вільних добутків циклічних груп по циклічній підгрупі скінченно автоматними підстановками над мінімально можливим алфавітом. Наводиться допоміжна конструкція автоматних підстановок довільного скінченного порядку і оцінено кількість станів в автоматі, який задає вказану автоматну підстановку. Для явної побудови автоматів, в станах яких визначатимуться необхідні для доведення автоматні підстановки, використовуються операції з'єднання і послідовного з'єднання двох ініціальних автоматів, а також конструкція l-повного автомата. У випадку точного зображення амальгамованих вільних добутків скінченного числа p -груп ініціальними автоматами додатково показано, що такий амальгамований вільний добуток ізоморфно занурюється в p -FGA(X) для алфавіту X потужності p , тобто перетин p -силовської підгрупи $Syl_p(GA(X))$ групи всіх автоматних підстановок над X і групи FGA(X) всіх скінченно автоматних підстановок. Доведення останнього твердження базується на загальній конструкції, запропонованій вище, та додатковому аналізі побудованих в ній автоматів. В Розділі 4 розглянуто питання знаходження HNN-розширень вільних абелевих груп рангу n , $n \geq 1$, які допускають ізоморфні занурення в групу p -FGA(X). Розглядаються такі HNN-розширення, визначені невиродженими цілочисельними матрицями M розміру $n \times n$ з певними, накладеними на них, умовами. Показано, що ці HNN-розширення вільних абелевих груп допускають ізоморфні занурення в групу p -FGA(X). Як наслідок, отримуємо, що відповідні HNN-розширення є резидуально p -скінченними. Також наведено приклад такої матриці розміру $2n \times 2n$, яка не задовольняє раніше визначеним умовам, але при цьому відповідне їй HNN-розширення занурюється в 2 -FGA(X). У дисертаційній роботі отримано такі нові результати. 1. Для амальгамованих добутків скінченного числа скінченних циклічних груп, амальгамованих за циклічною підгрупою побудовано точні скінченно автоматні зображення. Автоматні підстановки, які породжують відповідні добутки, визначаються ініціальними автоматами, кожен з яких має 4 внутрішні стани. 2. Побудовано точні скінченно автоматні зображення вільних добутків скінченних циклічних груп. Автоматні підстановки, які породжують відповідні добутки, визначаються ініціальними автоматами, які мають по 2 внутрішні стани. 3. Для амальгамованих добутків скінченного числа скінченних циклічних груп, амальгамованих за циклічною підгрупою, побудовано точні скінченно автоматні зображення над мінімально можливим алфавітом. 4. Для довільного простого числа p доведено, що амальгамовані вільні добутки скінченного числа циклічних p -груп, амальгамованих за циклічною підгрупою, зображаються скінченними автоматами спеціального вигляду. Показано, що відповідні автоматні підстановки належать до p -силовської підгрупи групи всіх автоматних підстановок над p -елементним алфавітом. 5. Введено клас HNN-розширень вільних абелевих груп скінченного рангу, всі групи з якого зображаються скінченно автоматними підстановками. Доведено, що відповідні автоматні підстановки належать до p -силовської підгрупи групи всіх автоматних підстановок над p -елементним алфавітом. Дисертаційне дослідження носить теоретичний характер. Отримані результати можуть бути використані в алгебрі, теорії автоматів, дискретній математиці, теорії алгоритмів та в інших галузях знань, методи яких базуються на автоматних зображення алгебраїчних структур.

2. The thesis is devoted to the study of faithful finite automaton representations of finitely generated groups. Residual finiteness is a natural necessary condition for groups that allow such representations. Faithful finite automaton representations of finitely generated residually finite groups, which are close to free groups in their combinatorial structure, are considered. More precisely, it is considered groups that decompose into free products or amalgamated free products of their subgroups, and HNN extensions of groups. Chapter 2 is devoted to the construction of faithful representations of amalgamated free products of finite cyclic groups with cyclic subgroup amalgamated by finite automata over some finite alphabet. Namely, using a generalization of the ping-pong lemma, it is shown that the specified amalgamated free product is generated by automaton permutations defined by initial automata with 4 states. The case of trivial amalgamation is considered separately, i.e. a faithful representation of the free product of finite cyclic groups is constructed. In this case, the automata in which the necessary automaton permutations are defined have 2 internal states. In Chapter 3 a faithful representation of

amalgamated free products of cyclic groups with cyclic subgroup amalgamated by finite automaton permutations over the minimal possible alphabet is constructed. The auxiliary construction of automaton permutations with arbitrary finite order is given and the number of states in the automaton that define the specified automaton permutation is estimated. For the explicit construction of automata, in the states of which the automaton permutations required for the proof will be determined, the operations of linking and serial linking of two initial automata are used, as well as the construction of an l-complete automaton. In the case of faithful representations of amalgamated free products of finite number of cyclic p-groups by initial automata, it is additionally shown that such an amalgamated free product is isomorphically embedded in the group $p\text{-F GA}(X)$ over an alphabet X of cardinality p, i.e. the intersection of the p-Sylow subgroup $\text{Syl}_p(\text{GA}(X))$ of the group of all automaton permutations over X and the group $\text{F GA}(X)$ of all finite automaton permutations over X. The proof of the last statement is based on the general construction proposed above, and on additional analysis of the automaton constructed in it. Chapter 4 considers the question of finding HNN extensions of free abelian groups of rank n, $n \geq 1$, which allow isomorphic embedding into the group $p\text{-F GA}(X)$. It is introduced HNN extensions defined by invertible integer matrices M of size $n \times n$ with some additional conditions. It is shown that these HNN extensions of free abelian groups allow isomorphic embedding in the group $p\text{-F GA}(X)$. As a result, it is obtained that the corresponding HNN extensions are residually p-finite. It is presented an example of a matrix of size 2×2 , such that it does not satisfy the previously defined conditions, but corresponding HNN extension allow an embedding into $2\text{-F GA}(X)$. The main results that determine the scientific novelty of the thesis are as follows. 1. Faithful finite automaton representations are constructed for amalgamated free products of finite number of finite cyclic groups with amalgamated cyclic subgroup. The automaton permutations that generate corresponding products are defined by initial automata, each of which has 4 internal states. 2. Faithful finite automaton representations of free products of finite cyclic groups are constructed. The automaton permutations that generate corresponding products are defined by initial automata, each of which has 2 internal states. 3. For amalgamated free products of finite number of finite cyclic groups with amalgamated cyclic subgroup, faithful finite automaton representation are constructed over a minimal possible alphabet. 4. For arbitrary prime number p it is proved that amalgamated free products of finite number of cyclic p-groups with amalgamated cyclic subgroup are represented by finite automata of special form. It is shown that corresponding automaton permutations belong to the p-Sylow subgroup of the group of all automaton permutations over the alphabet with p elements. 5. A class of HNN extensions of free abelian groups of finite rank is introduced. All groups from this class are represented by finite automaton permutations. It is proved that corresponding automaton permutations belong to the p-Sylow subgroup of the group of all automaton permutations over the alphabet with p elements. The thesis is a theoretical research. The obtained results can be used in algebra, automata theory, discrete mathematics, algorithm theory and other fields of knowledge, the methods of which are based on automaton representations of algebraic structures.

Державний реєстраційний номер ДіР:

Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки:

Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності:

Підсумки дослідження:

Публікації:

Наукова (науково-технічна) продукція:

Соціально-економічна спрямованість:

Охоронні документи на ОПВ:

Впровадження результатів дисертації:

Зв'язок з науковими темами:

VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Олійник Андрій Степанович

2. Oliynyk Andriy S.

Кваліфікація: д. ф.-м. н., 01.01.06

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів

Офіційні опоненти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Пипка Олександр Олександрович

2. Pypka Oleksandr O.

Кваліфікація: д. ф.-м. н., 01.01.06

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Лукашова Тетяна Дмитрівна

2. Lukashova Tetiana D.

Кваліфікація: к. ф.-м. н., 01.01.06

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

Рецензенти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Кочубінська Євгенія Анатоліївна
2. Kochubinska Yevgeniya Anatolyevna

Кваліфікація: к. ф.-м. н., 01.01.06

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Бондаренко Євген Володимирович
2. Bondarenko Yevhen Volodymyrovych

Кваліфікація: д. ф.-м. н., 01.01.08

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

VIII. Заключні відомості

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові
голови ради**

Безущак Оксана Омелянівна

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові
головуючого на засіданні**

Безущак Оксана Омелянівна

**Відповідальний за підготовку
облікових документів**

Реєстратор

**Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є
відповідальним за реєстрацію наукової
діяльності**



Юрченко Т.А.