

# Облікова картка дисертації

## I. Загальні відомості

Державний обліковий номер: 0524U000281

Особливі позначки: відкрита

Дата реєстрації: 30-08-2024

Статус: Захищена

Реквізити наказу МОН / наказу закладу:



## II. Відомості про здобувача

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Янченко Сергій Якович

2. Sergii Yanchenko

Кваліфікація: к. ф.-м. н., 01.01.01

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0003-4906-3806

Вид дисертації: доктор наук

Аспірантура/Докторантура: так

Шифр наукової спеціальності: 01.01.01

Назва наукової спеціальності: Математичний аналіз

Галузь / галузі знань: Не застосовується

Освітньо-наукова програма зі спеціальності: Не застосовується

Дата захисту: 17-09-2024

Спеціальність за освітою: Педагогіка і методика середньої освіти. Математика

Місце роботи здобувача: Інститут математики Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 05417207

Місцезнаходження: вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01024, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

### **III. Відомості про організацію, де відбувся захист**

**Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради):** Д26.206.01

**Повне найменування юридичної особи:** Інститут математики Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 05417207

**Місцезнаходження:** вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01024, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:**

### **IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію**

**Повне найменування юридичної особи:** Інститут математики Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 05417207

**Місцезнаходження:** вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01024, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:**

### **V. Відомості про дисертацію**

**Мова дисертації:** Українська

**Коди тематичних рубрик:** 27.25.19

**Тема дисертації:**

1. Екстремальні задачі теорії наближень класів гладких функцій однієї та багатьох змінних
2. Extremal problems of approximation theory of classes of smooth functions of one and many variables

**Реферат:**

1. Дисертацію присвячено розв'язанню широкого кола екстремальних задач теорії функцій, що відносяться до апроксимації функціональних класів (класів Соболева, Нікольського–Бесова, а також їхніх узагальнень) різними методами і знаходженню серед них оптимальних у тому чи іншому сенсі. Напрямок досліджень, пов'язаний з наближенням класів функцій, які наділені деякими диференціальними властивостями, що описуються в термінах модулів гладкості або певним чином визначеної операції диференціювання, набуває популярності і активно розвивається починаючи з 30-х років ХХ століття. Викликано це, на наш погляд, двома обставинами. З одного боку, встановлення оцінок апроксимаційних характеристик функціональних класів у недосліджених ситуаціях потребує створення нових методів і підходів, що відіграє важливу роль для розвитку самої теорії наближення, а з іншого — вони знаходять практичні застосування у деяких близьких галузях науки і техніки. Зокрема, в роботі розглядаються задачі про знаходження оцінок: точних верхніх меж величин найкращих ортогональних тригонометричних наближень функцій зі згаданих класів, найкращих наближень функцій за допомогою цілих функцій експоненціального типу, з носієм їхнього перетворення

Фур'є у різних множинах скінченної міри Лебега (східчастому гіперболічному хресті,  $d$ -вимірних "паралелепіедах"), наближень функцій з відповідних класів їхніми східчасто-гіперболічними сумами Фур'є,  $M$ -вимірних колмогоровських поперечників, ентропійних чисел та ін. Переважна більшість результатів дисертації подані у вигляді точних за порядком оцінок згаданих характеристик лінійної на нелінійної апроксимації. Поглиблений інтерес до задач нелінійної апроксимації (найкращих ортогональних тригонометричних наближень, найкращих  $M$ -членних тригонометричних наближень тощо) зумовлений, насамперед, тим, що у багатьох випадках нелінійні методи наближення виявились більш ефективними у порівнянні з лінійними методами. Цей напрямок досліджень пов'язаний з роботами таких відомих математиків: Е.С. Белінського, Р. ДеВора, В. Зікеля, Д. Зунга, Р.С. Ісмагілова, Т. Кюна, С.Б. Кашина, В.Є. Майорова, А.С. Романюка, А.С. Сердюка, О.І. Степанця, В.М. Темлякова, Х. Трібеля, Т. Ульріха, Wang Heping, Sun Yongsheng. Зокрема, за рахунок модифікації та вдосконалення методів дискретизації та декомпозиції, вперше було одержано низку нових важливих наукових результатів: 1) Для періодичних функцій з класів Нікольського–Бесова з домінуючою мішаною гладкістю,  $d \geq 2$ , у метриці простору квазінеперервних функцій знайдено точні за порядком оцінки  $M$ -вимірних колмогоровських поперечників та ентропійних чисел. 2) Одержано точні за порядком оцінки найкращих ортогональних тригонометричних наближень, ортопоперечників і близьких до них апроксимаційних характеристик класів Нікольського–Бесова періодичних функцій однієї та багатьох змінних з домінуючою мішаною гладкістю у підпросторах Лебега  $B_{1,1}(T^d)$  та  $B_{\infty,1}(T^d)$ . У деяких випадках досліджено поведінку відповідних апроксимаційних характеристик класів Соболева. 3) Для функцій з класів із домінуючою мішаною похідною, що визначені в  $R^d$ , та їхніх узагальнень, одержано точні за порядком оцінки наближення у просторі Лебега за допомогою цілих функцій експоненціального типу з носіями їхнього перетворення Фур'є у східчастому гіперболічному хресті, а також цілими функціями спеціального вигляду та показано, що існують ситуації, коли ці оцінки є кращими від відповідних оцінок наближення за допомогою цілих функцій експоненціального типу з носіями їхнього перетворення Фур'є у східчастому гіперболічному хресті.

2. The thesis is devoted to solving a wide range of extremal problems of the theory of functions related to the approximation of functional classes (Sobolev classes, Nikol'skii–Besov classes, and also their generalizations) by various methods and finding optimal ones among them in one sense or another. The direction of research about the approximation of classes of functions, that are endowed with some differential properties, which are described in terms of smoothness modules or a certain differentiation operation, has been gaining popularity and actively developing since the 1930s years of the 20th century and this is caused, in our opinion, by two circumstances. On the one hand, establishing estimates of the approximation characteristics of functional classes in unexplored situations introducing requires the creation of new methods and approaches, which plays an important role for the development of the theory of approximation itself, and on the other hand, they have practical applications in some related fields of science and technology. In the thesis considers the problems of finding estimates of: exact upper bounds of the values of the best orthogonal trigonometric approximations of the functions from the mentioned classes, the best approximations of the functions using entire functions of the exponential type, with the support of their Fourier transform in sets of the finite Lebesgue measure (step hyperbolic cross,  $d$ -dimensional "parallelepipeds"), approximations of functions from the corresponding classes by their step-hyperbolic Fourier sums,  $M$ -dimensional Kolmogorov widths, entropy numbers, etc. The vast majority of the results of the thesis are presented in the form of exact-order estimates of the mentioned characteristics of linear on nonlinear approximation. The deepened interest in problems of nonlinear approximation (of the best orthogonal trigonometric approximations, of the best  $M$ -term trigonometric approximations, etc.) is due, first of all, to the fact that in many cases nonlinear approximation methods turned out to be more effective in comparison with linear methods. This direction of research is connected with the works of such famous mathematicians: E.S. Belinskiy, R. DeVora, W. Sickel, D. Dung, R.S. Ismagilov, T. Kuhn, S.B. Kashin, V.E. Mayorov, A.S. Romanyuk, A.S. Serdyuk, O.I. Stepanets, V.M. Temlyakov, H. Tribel, T. Ullrich, Wang Heping, Sun Yongsheng. In particular, due to the modification and improvement of discretization and decomposition methods, a number of new important scientific results were obtained for the first time: 1) For periodic functions from the Nikol'skii–Besov classes with

dominating mixed smoothness,  $d \geq 2$ , in the metric of the space of quasi-continuous functions, we have found exact-order estimates of the  $M$ -dimensional Kolmogorov widths and entropy numbers. 2) We obtained exact-order estimates of the best orthogonal trigonometric approximations, orthotransverses, and approximation characteristics close to them of the Nikol'skii-Besov classes of periodic functions of one and many variables with dominating mixed smoothness in the Lebesgue subspaces  $B_{1,1}(T^d)$  and  $B_{\infty,1}(T^d)$ . In some cases, we studied the behavior of the corresponding approximation characteristics of the Sobolev classes. 3) We investigated the approximation of functions from the classes with dominating mixed smoothness, defined in  $R^d$ , and their generalizations, by entire functions of the exponential type with the supports of their Fourier transform in a step hyperbolic cross with and approximation by entire functions of a special forms. We found the exact-order estimates of these quantities. Also we showed that there are situations when estimates of approximation by entire functions of a special form have better order than the corresponding estimates for approximation by entire functions of the exponential type with the support of their Fourier transform in the step hyperbolic cross.

**Державний реєстраційний номер ДіР:** 0111U002079; 0112U002322; 0118U005389; 0116U003102; 0122U000670; 0121U100477

**Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки:** Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку суспільства і держави

**Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності:** Не застосовується

**Підсумки дослідження:** Новий напрямок у науці і техніці

#### **Публікації:**

- Romanyuk A. S., Yanchenko S.Ya. Estimates for the entropy numbers of the Nikol'skii-Besov classes of functions with mixed smoothness in the space of quasi-continuous functions. *Math. Nachr.* 2023, 296 (6), 2575–2587, <https://doi.org/10.1002/mana.202100202>.
- Romanyuk A. S., Yanchenko S.Ya. Approximation of the classes of periodic functions of one and many variables from the Nikol'skii-Besov and Sobolev spaces. *Ukrainian Math. J.* 2022, 74 (6), 967 – 980, <https://doi.org/10.1007/s11253-022-02110-5>; translation of *Ukrain. Mat. Zh.* 2022, 74 (6), 844 – 855, <https://doi.org/10.37863/umzh.v74i6.7141>.
- Romanyuk A. S., Yanchenko S.Ya. Kolmogorov widths of the Nikol'skii-Besov classes of periodic functions of many variables in the space of quasicontinuous functions. *Ukrainian Math. J.* 2022, 74 (2), 251 – 265, <https://doi.org/10.1007/s11253-022-02061-x>; translation of *Ukrain. Mat. Zh.* 2022, 74 (2), 220 – 232, <https://doi.org/10.37863/umzh.v74i2.6932>.
- Romanyuk A. S., Yanchenko S.Ya. Estimates of approximating characteristics and the properties of the operators of best approximation for the classes of periodic functions in the space  $\Pi_{1,1}$ . *Ukrainian Math. J.* 2022, 73 (8), 1278 – 1298, <https://doi.org/10.1007/s11253-022-01990-x>; translation of *Ukrain. Mat. Zh.* 2021, 73 (8), 1102 – 1119, <https://doi.org/10.37863/umzh.v73i8.6755>.
- Yanchenko S.Ya., Radchenko O.Ya. Approximation of the Nikol'skii-Besov functional classes by entire functions of a special form. *Carpathian Math. Publ.* 2021, 13 (3), 851 – 861, <https://doi.org/10.15330/cmp.13.3.851-861>.
- Yanchenko S.Ya., Radchenko O.Ya. Approximating characteristics of the Nikol'skii-Besov classes  $\Pi_{1,1}, \Pi_{\infty,1}(R^d)$ . *Ukrainian Math. J.* 2020, 71 (10), 1608 – 1626, <https://doi.org/10.1007/s11253-020-01734-9>; translation of *Ukrain. Mat. Zh.* 2019, 71 (10), 1405 – 1421.
- Yanchenko S.Ya. Approximation of the Nikol'skii-Besov functional classes by entire functions of a special form. *Carpathian Math. Publ.* 2020, 12 (1), 148 – 156, <https://doi.org/10.15330/cmp.12.1.148-156>.

- Yanchenko S.Ya. Best approximation of the functions from anisotropic Nikol'skii–Besov classes defined in  $R_{\alpha}$ . Ukrainian Math. J. 2018, 70(4), 661 – 670; translation of Ukrain. Mat. Zh. 2018, 70 (4), 574 – 582, <https://doi.org/10.1007/s11253-018-1523-y>.
- Yanchenko S.Ya., Stasyuk S. A. Approximative characteristics of functions from the classes  $\Lambda_{\alpha, \beta, \gamma}^{\mu, \nu}$  with a given majorant of mixed moduli of continuity. J. Math. Sci. (N. Y.) 2018, 235 (1), 103 – 115, <https://doi.org/10.1007/s10958-018-4062-z>; translated of Ukr. Mat. Visn. 2018, 15 (1), 132 – 148.
- Yanchenko S.Ya. Order estimates of approximation characteristics of functions from the anisotropic Nikol'skii–Besov classes. J. of Math. Sci. (N. Y.) 2018, 234 (1), 98 – 105, <https://doi.org/10.1007/s10958-018-3984-9>; translated of Ukr. Mat. Visn. 2017, 14 (4), 595 – 604.
- Yanchenko S.Ya. Order estimates for the approximative characteristics of functions from the classes  $\Lambda_{\alpha, \beta, \gamma}^{\mu, \nu}(R_{\alpha})$  with a given majorant of generalized mixed modules of smoothness in the uniform metric. Ukrainian Math. J. 2017, 68 (12), 1975 – 1985, <https://doi.org/10.1007/s11253-017-1342-6>; translation of Ukrain. Mat. Zh. 2016, 68 (12), 1705 – 1714.
- Stasyuk S. A., Yachenko S. Ya. Approximation of functions from Nikol'skii–Besov type classes of generalized mixed smoothness. Anal. Math. 2015, 41 (4), 311 – 334, <https://doi.org/10.1007/s10476-015-0305-0>.
- Yanchenko S.Ya. Approximation of functions from the isotropic Nikol'skii–Besov classes in the uniform and integral metrics. Ukrainian Math. J. 2016, 67 (10), 1599 – 1610, <https://doi.org/10.1007/s11253-016-1175-8>; translation of Ukrain. Mat. Zh. 2015, 67 (10), 1423 – 1433.
- Янченко С. Я. Порядкові оцінки апроксимативних характеристик функцій з узагальнених класів мішаної гладкості типу Нікольського–Бесова. Теорія наближення функцій та суміжні питання: Зб. праць Ін-ту математики НАН України 2014, 11 (3), 330 – 343.
- Yanchenko S.Ya. Approximation of functions from the classes  $\Lambda_{\alpha, \beta, \gamma}^{\mu, \nu}$  in the uniform metric. Ukrainian Math. J. 2013, 65 (5), 771 – 779, <https://doi.org/10.1007/s11253-013-0813-7>; translation of Ukrain. Mat. Zh. 2013, 65 (5), 698 – 705.
- Миронюк В. В., Янченко С. Я. Наближення функцій з узагальнених класів Нікольського–Бесова цілими функціями у просторах Лебега. Мат. Студії 2013, 39 (2), 190 – 202.
- Янченко С. Я. Оцінки апроксимативних характеристик класів функцій  $\Lambda_{\alpha, \beta, \gamma}^{\mu, \nu}(R_{\alpha})$  у рівномірній метриці. Теорія наближення функцій та суміжні питання: Зб. праць Ін-ту математики НАН України 2013, 10 (1), 328 – 340.

**Наукова (науково-технічна) продукція:** методи, теорії, гіпотези

**Соціально-економічна спрямованість:**

**Охоронні документи на ОПВ:**

**Впровадження результатів дисертації:** Впровадження не планується

**Зв'язок з науковими темами:** 0111U002079; 0112U002322; 0118U005389; 0116U003102; 0122U000670; 0121U100477

## **VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Романюк Анатолій Сергійович
2. Anatoliy Romanyuk

**Кваліфікація:** д.ф.-м.н., професор, 01.01.01

**Ідентифікатор ORCID ID:** 0000-0002-6268-0799

**Додаткова інформація:** <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6603797643>;  
<https://scholar.google.com/citations?user=ACSJaKYAAAAJ&hl=uk&oi=sra>

**Повне найменування юридичної особи:** Інститут математики Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 05417207

**Місцезнаходження:** вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01024, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:**

## VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів

### Офіційні опоненти

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Вакарчук Сергій Борисович
2. Sergii Vakarchuk

**Кваліфікація:** д.ф.-м.н., професор, 01.01.01

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:** <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56233569600>

**Повне найменування юридичної особи:** Вищий навчальний заклад "Університет імені Альфреда Нобеля"

**Код за ЄДРПОУ:** 20201672

**Місцезнаходження:** вул. Січеславська Набережна, буд. 18, Дніпро, Дніпровський р-н., 49000, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Скасків Олег Богданович
2. Oleh Skaskiv

**Кваліфікація:** д.ф.-м.н., професор, 01.01.01

**Ідентифікатор ORCID ID:** 0000-0001-5217-8394

**Додаткова інформація:** <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=16415011000>

**Повне найменування юридичної особи:** Львівський національний університет імені Івана Франка

**Код за ЄДРПОУ:** 02070987

**Місцезнаходження:** вул. Університетська, буд. 1, Львів, 79000, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Парфінович Наталія Вікторівна

2. Nataliia Parfinovych

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., професор, 01.01.01

**Ідентифікатор ORCID ID:** 0000-0002-3448-3798

**Додаткова інформація:** <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=35732222900>

**Повне найменування юридичної особи:** Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

**Код за ЄДРПОУ:** 02066747

**Місцезнаходження:** проспект Науки, буд. 72, Дніпро, Дніпровський р-н., 49045, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:**

**Рецензенти**

## VIII. Заключні відомості

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові  
голови ради**

Кочубей Анатолій Наумович

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові  
головуючого на засіданні**

Кочубей Анатолій Наумович

**Відповідальний за підготовку  
облікових документів**

Артемиченко Жанна Яківна

**Реєстратор**

УкрІНТЕІ

**Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є  
відповідальним за реєстрацію наукової  
діяльності**



Юрченко Тетяна Анатоліївна