

Облікова картка дисертації

I. Загальні відомості

Державний обліковий номер: 0823U100932

Особливі позначки: відкрита

Дата реєстрації: 19-10-2023

Статус: Наказ про видачу диплома

Реквізити наказу МОН / наказу закладу: наказ 159-ОД від 27.12.2023



II. Відомості про здобувача

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Карпенко Ірина Миколаївна

2. Iryna Karpenko

Кваліфікація: 01.01.02, 01.01.03

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0002-6580-1138

Вид дисертації: доктор філософії

Аспірантура/Докторантура: так

Шифр наукової спеціальності: 111

Назва наукової спеціальності: Математика

Галузь / галузі знань: математика та статистика

Освітньо-наукова програма зі спеціальності: 39025 Математика (111 Математика)

Дата захисту: 06-12-2023

Спеціальність за освітою: Математика

Місце роботи здобувача: Фізико-технічний інститут низьких температур імені Б. І. Веркіна
Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 03534601

Місцезнаходження: проспект Науки, буд. 47, Харків, Харківський р-н., 61103, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

III. Відомості про організацію, де відбувся захист

Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради): ДФ

64.175.009_ID_2648

Повне найменування юридичної особи: Фізико-технічний інститут низьких температур імені Б. І. Веркіна Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 03534601

Місцезнаходження: проспект Науки, буд. 47, Харків, Харківський р-н., 61103, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію

Повне найменування юридичної особи: Фізико-технічний інститут низьких температур імені Б. І. Веркіна Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 03534601

Місцезнаходження: проспект Науки, буд. 47, Харків, Харківський р-н., 61103, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

V. Відомості про дисертацію

Мова дисертації: Українська

Коди тематичних рубрик: 27.31, 27.31.19, 27.31.21

Тема дисертації:

1. Метод задачі Рімана-Гільберта для модифікованого рівняння Камасси-Хольма з ненульовими крайовими умовами
2. The modified Camassa-Holm equation with non-vanishing boundary conditions by a Riemann-Hilbert approach

Реферат:

1. Метою дослідження дисертаційної роботи є розробка методу оберненої задачі розсіювання у формі задачі Рімана-Гільберта (РГ) для модифікованого рівняння Камасси-Хольма (мКХ) $m_t + (u^2 - u_x^2)m_x = 0$, $m = u - u_{xx}$, з подальшою метою дослідження властивостей розв'язків цього рівняння, зокрема, асимптотики за великим часом. Характерною особливістю задач Коші, які розглядаються для цього рівняння, є ненульові умови на поведінку розв'язку, коли просторова змінна x прямує до нескінченності. Рівняння мКХ є модифікацією, з кубічною нелінійністю, оригінального рівняння Камасси-Хольма (КХ); воно, як і рівняння КХ, є інтегровним у тому сенсі, що воно є умовою сумісності пари лінійних диференціальних рівнянь (пари Лакса). Завдяки ненульовому фону, x -рівняння з пари Лакса можна розглядати як спектральну задачу, яка

має неперервний спектр. Це дозволяє сформулювати обернену задачу розсіювання як задачу РГ аналітичної факторизації у комплексній площині спектрального параметра. У розділі 2 розглядається задача Коші для рівняння мКХ за умов, що розв'язок прямує до 1 коли $|x| \rightarrow \infty$. Для цієї задачі розроблено формалізм задачі РГ, який ґрунтується на адаптації загальної ідеї – використання спеціальних розв'язків (розв'язків Йоста) рівнянь пари Лакса як «блоків» для побудови матричної задачі РГ – до випадку рівняння мКХ, з урахуванням особливостей рівнянь пари Лакса, асоційованої з цим рівнянням. x -рівняння пари Лакса для рівняння мКХ, відомої в літературі, як спектральна задача зі спектральним параметром p має дві особливості, що суттєво впливають на аналітичні властивості розв'язків Йоста, а саме: (а) p входить у матрицю коефіцієнтів як добуток з «моментом» $m(x,t)$, який у рамках оберненої задачі є невідомою функцією; (б) коли $|x| \rightarrow \infty$, $m(x,t)$ прямує до ненульової сталої. Ці особливості впливають на проблему контролю поведінки розв'язків Йоста, коли $p \rightarrow \infty$. Для вирішення цієї проблеми, (i) застосовуючи калібрувальні перетворення, рівняння пари Лакса трансформовано до форми, у якій діагональні члени домінують, коли $p \rightarrow \infty$; (ii) введено нову просторову змінну, що дозволяє отримати явний опис поведінки розв'язків Йоста при $p \rightarrow \infty$; (iii) введено новий спектральний параметр μ , що дозволяє уникнути нераціональної залежності коефіцієнтів у рівняннях пари Лакса від спектрального параметра. З використанням розробленого формалізму, отримано параметричне зображення розв'язку задачі Коші в термінах розв'язку асоційованої задачі РГ (дані для якої визначаються початковими даними), аналізуючи його поведінку при $p \rightarrow 0$. Запропонований формалізм дозволив охарактеризувати як регулярні, так і нерегулярні односолітонні розв'язки, що відповідають задачам РГ з тривіальними умовами стрибка та відповідним чином заданими умовами на лишки. Зокрема, охарактеризовано два типи нерегулярних солітонних розв'язків рівняння мКХ: (i) розв'язки піконного типу, які є функціями, неперервними разом із першою похідною, але мають необмежені похідні порядків більших за 2 у точці піку; (ii) петлеподібні багатозначні розв'язки. У розділі 3, використовуючи формалізм, розроблений у розділі 2, отримано головні члени асимптотики за великим часом t для розв'язку задачі Коші для рівняння мКХ на сталому ненульовому фоні. Дослідження зосереджене на безсолітонному випадку. Попередньо, вихідну задачу РГ, асоційовану з рівнянням мКХ, яка має специфічні сингулярності, зведено до регулярної задачі РГ, тобто такої, що має тільки умову стрибка та умову нормування. Далі, розв'язок отриманої регулярної задачі РГ проаналізовано асимптотично при $t \rightarrow \infty$, з використанням відповідної адаптації нелінійного методу найшвидшого спуску. У підсумку, отримано головні асимптотичні члени для розв'язку $u(x,t)$ задачі Коші у тих секторах півплощини (x,t) , де відхилення від фону є нетривіальним. У розділі 4 розглядається задача Коші для рівняння мКХ за умов, що розв'язок прямує до двох різних констант коли $x \rightarrow \pm \infty$. Для цієї задачі також розроблено формалізм задачі РГ. Для цього виконано перетворення рівнянь пари Лакса, які дозволяють детально дослідити аналітичні властивості відповідних розв'язків Йоста та спектральних функцій, зокрема, симетрії та поведінку в точках розгалуження. Подібно до випадку з постійним фоном, отримано параметричне зображення розв'язку задачі Коші.

2. The aim of this thesis is to develop the Inverse Scattering Transform method, in the form of the Riemann–Hilbert (RHP), for the modified Camassa–Holm equation (mCH) $m_t + (u^2 - u_x^2)m_x = 0$, $m = u - u_{xx}$, with the further aim of studying the properties of solutions to this equation, in particular, the large time asymptotics. A characteristic feature of the Cauchy problems considered for this equation is the non-zero conditions on the behavior of the solution when the spatial variable x tends to infinity. The mCH equation is a modification, with cubic nonlinearity, of the original Camassa–Holm (CH) equation; like the CH equation, it is integrable in the sense that it is a condition for the compatibility of a pair of linear differential equations (Lax pair). Due to the non-zero background, the x -equation of the Lax pair can be considered as a spectral problem with a continuous spectrum. This makes it possible to formulate the inverse scattering problem as a RHP of analytical factorization in the complex plane of the spectral parameter. In Section 2, we consider the Cauchy problem for the mCH equation under the condition that the solution tends to 1 as $|x| \rightarrow \infty$. For this problem, a formalism of the RHP is developed, which is based on the adaptation of the general idea of using special solutions (Jost solutions) of the Lax pair equations as "blocks" for constructing a matrix RHP to the case of the mCH equation, taking into account the peculiarities of the Lax pair equations associated with this equation. The x -equation of the Lax pair for the mCH

equation, known in the literature, as a spectral problem with a spectral parameter λ has two features that significantly affect the analytical properties of the Jost solutions, namely: (a) λ is involved in the coefficient matrix as a product with a "moment" $m(x,t)$, which is an unknown function within the inverse problem; (b) when $|x| \rightarrow \infty$, $m(x,t)$ tends to a non-zero constant. These features affect the problem of controlling the behavior of the Jost solutions as $\lambda \rightarrow \infty$. To solve this problem, (i) by applying calibration transformations, the Lax pair equations are transformed to a form in which the diagonal terms dominate when $\lambda \rightarrow \infty$; (ii) a new spatial variable is introduced, which allows us to obtain an explicit description of the behavior of the Jost solutions as $\lambda \rightarrow \infty$; (iii) a new spectral parameter μ is introduced, which allows avoiding the irrational dependence of the coefficients in the Lax pair equations on the spectral parameter. Using the developed formalism, a parametric representation of the solution of the Cauchy problem is obtained in terms of the solution of the associated RHP (the data for which are determined by the initial data), analyzing its behavior as $\lambda \rightarrow 0$. The proposed formalism allows us to characterize both regular and irregular one-soliton solutions corresponding to the RHP with trivial jump conditions and appropriately specified residue conditions. In particular, two types of irregular soliton solutions of the mCH equation are characterized: (i) peakon-type solutions, which are functions that are continuous with the first derivative but have unbounded derivatives of orders greater than 2 at the peak; (ii) looped multivalued solutions. In Section 3, using the formalism developed in Section 2, we derive the main terms of the large time asymptotic of the solution of the Cauchy problem for the mCH equation on a constant nonzero background. The study is focused on the soliton-free case. First, the original RHP associated with the mCH equation, which has specific singularities, is reduced to a regular RHP, i.e., one that has only a jump condition and a normalization condition. Further, the solution of the obtained regular RHP is analyzed asymptotically as $t \rightarrow \infty$ using an appropriate adaptation of the nonlinear steepest descent method. As a result, the main asymptotic terms of the solution $u(x,t)$ of the Cauchy problem are obtained in those sectors of the half-plane (x,t) where the deviation from the background is non-trivial. In Section 4, we consider the Cauchy problem for the mCH equation under the condition that the solution tends to two different constants as $x \rightarrow \pm \infty$. For this problem, we also develop a RHP formalism. For this purpose, we transform the Lax pair equations, which allow us to study in detail the analytical properties of the corresponding Jost solutions and spectral functions, in particular, symmetries and behavior at branch points. Similarly to the case of a constant background, a parametric representation of the Cauchy problem is obtained.

Державний реєстраційний номер ДіР: 0116U005036, 0121U108115, 0121U111968

Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки: Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку суспільства і держави

Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності: Не застосовується

Підсумки дослідження: Теоретичне узагальнення і вирішення важливої наукової проблеми

Публікації:

- A. Boutet de Monvel, I. Karpenko, D. Shepelsky, "A Riemann–Hilbert approach to the modified Camassa–Holm equation with nonzero boundary conditions", J. Math. Phys. 61, No. 3, 031504, 24 (2020). Q2, <https://doi.org/10.1063/1.5139519>
- I. Karpenko, "Long-time asymptotics for the modified Camassa–Holm equation with nonzero boundary conditions", Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry 16, No.2, 224–252 (2022). Q3, <https://doi.org/10.15407/mag18.02.224>
- I. Karpenko, D. Shepelsky, G. Teschl "A Riemann–Hilbert approach to the modified Camassa–Holm equation with step-like boundary conditions", Monatshefte für Mathematik 201, (2023), 127–172. Q2, <https://doi.org/10.1007/s00605-022-01786-y>

- I. Karpenko, D. Shepelsky, “A Riemann–Hilbert approach to the modified Camassa–Holm equation with nonzero boundary conditions”, VI International Conference “Analysis and Mathematical Physics”, Kharkiv, Ukraine (June 2018).
- I. Karpenko, D. Shepelsky, “The Riemann–Hilbert approach to the Cauchy problem for the modified Camassa–Holm equation”, 6th Ya. B. Lopatynsky International School-Workshop on Differential Equations and Applications, Vinnytsia, Ukraine (June 2019).
- I. Karpenko, D. Shepelsky, “The inverse scattering transform, in the form of Riemann–Hilbert problem, for the modified Camassa–Holm equation”, International Conference dedicated to 70th anniversary of Professor A.M.Plichko “Banach Spaces and their Applications”, Lviv, Ukraine (June 2019).
- I. Karpenko, D. Shepelsky, “A Riemann–Hilbert problem approach to the modified Camassa–Holm equation on a nonzero background”, Pidzakharychi, Ukraine (August 2019).
- I. Karpenko, D. Shepelsky, “The modified Camassa–Holm equation on a nonzero background: large-time asymptotics for the Cauchy problem”, Workshop “New horizons in dispersive hydrodynamics”, Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, Cambridge, United Kingdom (June 2021).
- I. Karpenko, D. Shepelsky, “The large-time asymptotics for the modified Camassa–Holm equation on a nonzero background”, 5-th International Conference “Differential Equations and Control Theory”, V. N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine (September 2021).
- I. Karpenko, D. Shepelsky, G. Teschl, “A Riemann–Hilbert approach to the modified Camassa–Holm equation with step-like boundary conditions”, Ivano-Frankivsk, Ukraine (May 2022).
- I. Karpenko, “The modified Camassa–Holm equation on a step-like background”, Complex Analysis, Spectral Theory and Approximation meet in Linz, Johannes Kepler University, Linz, Austria (July 2022).
- I. Karpenko, “A Riemann–Hilbert problem approach to the modified Camassa–Holm equation on a step like background”, Workshop From Modeling and Analysis to Approximation and Fast Algorithms, Hasenwinkel, Germany (December 2022).

Наукова (науково-технічна) продукція: методи, теорії, гіпотези

Соціально-економічна спрямованість: створення принципово нової продукції (матеріалів, технологій тощо) для забезпечення експортного потенціалу та заміщенню імпорту

Охоронні документи на ОПВ:

Впровадження результатів дисертації: Впровадження не планується

Зв'язок з науковими темами: 0116U005036, 0121U108115, 0121U111968

VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Шепельський Дмитро Георгійович
2. Dmytro G. Shepelsky

Кваліфікація: д. ф.-м. н., с.н.с., 01.01.03

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0001-6616-5893

Додаткова інформація: Scopus Author ID: 35615520900; Web of Science ResearcherID: L-1559-2018

Повне найменування юридичної особи: Фізико-технічний інститут низьких температур імені Б. І. Веркіна Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 03534601

Місцезнаходження: проспект Науки, буд. 47, Харків, Харківський р-н., 61103, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів

Офіційні опоненти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Скрипнік Ігор Ігорович

2. Ihor I. Skrypniuk

Кваліфікація: д. ф.-м. н., член-кор. НАН України, 01.01.02

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0002-7398-9273

Додаткова інформація: Scopus Author ID: 7003745921; Web of Science ResearcherID: AAF-7023-2020

Повне найменування юридичної особи: Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 03534430

Місцезнаходження: вул. Наукова, буд. 3-б, Львів, 79060, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Попович Роман Омелянович

2. Roman O. Popovych

Кваліфікація: д. ф.-м. н., професор, 01.01.02, 01.01.03

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0003-2403-1525

Додаткова інформація: Scopus Author ID: 13406922000; Web of Science ResearcherID: I-8056-2012

Повне найменування юридичної особи: Інститут математики Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 05417207

Місцезнаходження: вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01601, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

Рецензенти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Котляров Володимир Петрович
2. Volodymyr Kotlyarov

Кваліфікація: д.ф.-м.н., професор, 01.01.03**Ідентифікатор ORCID ID:** 0000-0003-0307-7997**Додаткова інформація:** Scopus Author ID: 7004017516; Web of Science ResearcherID: AAC-6939-2020**Повне найменування юридичної особи:** Фізико-технічний інститут низьких температур імені Б. І. Веркіна Національної академії наук України**Код за ЄДРПОУ:** 03534601**Місцезнаходження:** проспект Науки, буд. 47, Харків, Харківський р-н., 61103, Україна**Форма власності:** Державна**Сфера управління:** Національна академія наук України**Ідентифікатор ROR:****Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Єгорова Ірина Євгенівна
2. Iryna Egorova

Кваліфікація: д. ф.-м. н., старший науковий співробітник, 01.01.03**Ідентифікатор ORCID ID:** 0000-0002-1871-6977**Додаткова інформація:** Scopus Author Identifier: 56271262500; Web of Science ResearcherID: O-8824-2015**Повне найменування юридичної особи:** Фізико-технічний інститут низьких температур імені Б. І. Веркіна Національної академії наук України**Код за ЄДРПОУ:** 03534601**Місцезнаходження:** проспект Науки, буд. 47, Харків, Харківський р-н., 61103, Україна**Форма власності:** Державна**Сфера управління:** Національна академія наук України**Ідентифікатор ROR:****VIII. Заключні відомості****Власне Прізвище Ім'я По-батькові
голови ради**

Щербина Марія Володимирівна

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові
головуючого на засіданні**

Щербина Марія Володимирівна

**Відповідальний за підготовку
облікових документів**

Калиненко Олександр Миколайович

Реєстратор

УкрІНТЕІ

**Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є
відповідальним за реєстрацію наукової
діяльності**



Юрченко Тетяна Анатоліївна