# Облікова картка дисертації

## I. Загальні відомості

**Державний обліковий номер:** 0521U101590

**Особливі позначки:** відкрита

**Дата реєстрації:** 01-06-2021

**Статус:** Захищена

**Реквізити наказу МОН / наказу закладу:**

## II. Відомості про здобувача

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Мединський Ігор Павлович

2. Medynsky Ihor Pavlovych

**Кваліфікація:** к. ф.-м. н., 01.01.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Вид дисертації:** доктор наук

**Аспірантура/Докторантура:** ні

**Шифр наукової спеціальності:** 01.01.02

**Назва наукової спеціальності:** Диференційні рівняння

**Галузь / галузі знань:** Не застосовується

**Освітньо-наукова програма зі спеціальності:** Не застосовується

**Дата захисту:** 07-05-2021

**Спеціальність за освітою:** математик

**Місце роботи здобувача:** Національний університет "Львівська політехніка"

**Код за ЄДРПОУ:** 02071010

**Місцезнаходження:** вул. Степана Бандери, буд. 12, м. Львів, Львівська обл., 79013, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

## III. Відомості про організацію, де відбувся захист

**Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради):** Д 35.051.07

**Повне найменування юридичної особи:** Львівський національний університет імені Івана Франка

**Код за ЄДРПОУ:** 02070987

**Місцезнаходження:** вул. Університетська, буд. 1, м. Львів, Львівська обл., 79000, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

## IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію

**Повне найменування юридичної особи:** Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 03534430

**Місцезнаходження:** вул. Наукова, буд. 3-б, м. Львів, Львівська обл., 79060, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

**Повне найменування юридичної особи:** Національний університет "Львівська політехніка"

**Код за ЄДРПОУ:** 02071010

**Місцезнаходження:** вул. Степана Бандери, буд. 12, м. Львів, Львівська обл., 79013, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

## V. Відомості про дисертацію

**Мова дисертації:**

**Коди тематичних рубрик:** 27.31

**Тема дисертації:**

1. Фундаментальні розв'язки задачі Коші для вироджених параболічних рівнянь

2. Fundamental solutions of the Cauchy problem for degenerate parabolic equations

**Реферат/анотація:**

1. Дисертаційна робота складається з вступу, шести розділів, висновків, списку використаних джерел і чотирьох додатків. У вступі обґрунтовано актуальність теми дослідження, сформульовано мету, завдання,

предмет, об'єкт та методи дослідження, наведено наукову новизну, практичне значення отриманих результатів, зв'язок роботи з науковими темами, а також вказано, де апробовані та опубліковані основні результати дисертації. Розділ 1 Основні поняття та огляд літератури є допоміжним. У підрозділі 1.1 дається означення чотирьох класів вироджених параболічних рівнянь, які вивчаються в дисертації. Клас К1 складають ультрапараболічні рівняння типу Колмогорова. До класу К2 входять рівняння типу Колмогорова довільного порядку. Рівняння з класу К3---\,це рівняння типу рівнянь з класу К1, в яких додатково наявні виродження в початковий момент часу. Класи рівнянь К1, К2 і К3 є природними узагальненням у різних напрямках відомого рівняння дифузії з інерцією А.\,М.\,Колмогорова. До класу К4 належать параболічні за Ейдельманом системи рівнянь векторного порядку і виродженням на початковій гіперплощині. Особливістю рівнянь з цього класу є нерівноправність просторових змінних і наявність виродження на початковій гіперплощині. Наведено умови на коефіцієнти рівнянь з означених класів. Ці умови на коефіцієнти вироджених параболічних рівнянь типу Колмогорова аналізуються і порівнюються з традиційними умовами. У підрозділі 1.2 для рівнянь з вище означених класів наводиться означення класичного фундаментального розв'язку задачі Коші (ФРЗК), та слабшого Лі-ФРЗК. Класичний метод Леві побудови й дослідження ФРЗК, а також його модифікації, які використовуються у випадку вироджених параболічних рівнянь детально описується в підрозділі 1.3. Зокрема викладено поетапний метод Леві, який використовується у дисертації для побудови класичних ФРЗК для рівнянь з класів К1 --- К3. У підрозділі 1.4 наводиться огляд літературних джерел, в яких вивчались рівняння з означених вище класів, використовувався метод Леві, досліджувались і застосовувались властивості ФРЗК. Другий розділ має назву Допоміжні відомості. У підрозділі 2.1 наводяться означення і властивості оцінювальних функцій та деяких інтегралів, що містять оцінювальні функції. Для кожного класу рівнянь запроваджена своя оцінювальна функція. Застосування методу Леві передбачає розв'язування інтегральних рівнянь вольтерівського типу із квазірегулярним ядром. Для кожного класу рівнянь доведено леми про існування і оцінки відповідної резольвенти в термінах оцінювальних функцій. Відповідні леми про існування та оцінки розв'язків таких інтегральних рівнянь наведені в підрозділі 2.2. Аналогічно інформація про властивості інтегралів типу похідних від об'ємних потенціалів наводяться у підрозділі 2.3. Ці властивості описуються в термінах належності інтегралу до спеціального вагового простору, в залежності від того, до якого простору належить густина. Для застосування поетапного методу Леві необхідні теореми про властивості й оцінки ФРЗК для допоміжних рівнянь, тобто рівнянь, коефіцієнти яких залежать лише від часової змінної і параметрів з класів К1, К2 і К3 наводяться у підрозділі 2.4. Поетапний метод Леві складається з трьох етапів, відповідно до кількості груп просторових змінних. На кожному етапі за параметрикс береться ФРЗК, який побудований на попередньому етапі. При цьому потрібно підбирати властивості густини об'ємного потенціалу так, щоб побудований ФРЗК мав потрібні властивості не тільки за часовою і просторовими змінними, але й за параметрами. Для класу К1 це викладено у підрозділах 3.1, 3.2, 3.3. У підрозділі 3.4 отримані оцінки класичного ФРЗК та його похідних застосовуються до встановлення точних оцінок приростів похідних від ФРЗК для побудованого класичного ФРЗК. Також у цьому підрозділі доводиться існування та оцінки Лі-ФРЗК для рівняння з вказаного класу. Аналогічні результати для рівнянь з класів К2 і К3 наведено відповідно у розділах 4 і 5. При цьому найточніші результати одержуються для ультрапараболічних рівнянь типу Колмогорова, тобто рівнянь з класу К1 і К3. Для рівнянь з класу К2 оцінки класичного ФРЗК є менш точними. Це пов'язано зі структурою і властивостями оцінювальної функції, яка має вигляд ряду.

2. The thesis consist of an introduction, six chapters, conclusions, references and the appendix. The introduction consists of the relevance of research topic, purpose, objectives, subject, object and research methods. The introduction substantiates the relevance of research topic. The goal, subject, object and methods of the research are listed there. Scientific novelty, the practical significance of the results, the relation to scientific topic and applicant's contribution are also indicated in the introduction. Section 1 Basic concepts and literature review are helpful. Section 1.1 defines four classes of degenerate parabolic equations, which are studied in the dissertation. Class K1 consists of ultraparabolic equations of the Kolmogorov type. Class K2 includes equations of the Kolmogorov type of arbitrary order. Equation of class K3 --- is an equation of the type of equations of class K1, in

which there are additional degenerations at the initial time. The classes of equations K1, K2, and K3 are natural generalizations in different directions of the known diffusion equation with inertia of Kolmogorov. Class K4 includes Eidelman's parabolic systems of vector-order equations and degeneracy on the initial hyperplane. A feature of equations from this class is the inequality of spatial variables and the presence of degeneracy in the initial hyperplane. The conditions for the coefficients of the equations are given. These conditions are analyzed for the coefficients of degenerate parabolic equations of the Kolmogorov type and compared with traditional conditions. In Section 1.2, for equations from the above classes, the definition of the classical fundamental solution of the Cauchy problem (FSCP) and the weaker Lie-FSCP is given. The classical method of Levy construction and research of FSCP, and also its modifications which are used in case of degenerate parabolic equations is described in detail in subsection 1.3. In particular, the step-by-step Levy method is described, which is used in the dissertation to construct classical FSCP for equations from classes K1 --- K3. Section 1.4 provides an overview of the literature, which studied the equations of the above classes, used the Levy method, investigated and applied the properties of FSCP. The second chapter is called Supporting Information. Section 2.1 provides definitions and properties of estimating functions and some integrals containing estimating functions. Each class of equations has its own estimating function. The application of the Levy method involves solving integral equations of the Volterra type with a quasi-regular kernel. For each class of equations, the lemmas on the existence and estimation of the corresponding resolvent in terms of estimating functions are proved. Corresponding lemmas on the existence and estimates of solutions of such integral equations are given in Section 2.2. Similarly, information on the properties of integrals of the type derived from bulk potentials is given in Section 2.3. These properties are described in terms of belonging of the integral to a special weight space, depending on which space the density belongs to. To apply the Levy stepwise method, theorems on the properties and estimates of FSCP for auxiliary equations are necessary, ie equations whose coefficients depend only on the time variable and parameters from classes K1, K2 and K3 are given in Section 2.4. The step-by-step Levy method consists of three stages, according to the number of groups of spatial variables. At each stage, the parametrix is taken FSCP, which was built at the previous stage. Thus it is necessary to select properties of density of volume potential so that the constructed FSCP had the necessary properties not only on time and spatial variables, but also on parameters. For class K1 it is stated in Sections 3.1, 3.2, 3.3. In Section 3.4, the obtained estimates of classical FSCP and its derivatives are used to establish accurate estimates of increments of derivatives from FSCP for the constructed classical FSCP. Also in this section the existence and estimation of Lee-FSCP for the equation from the specified class is proved. Similar results for equations from classes K2 and K3 are given in Sections 4 and 5, respectively. The most accurate results are obtained for ultraparabolic equations of the Kolmogorov type, ie equations from class K1 and K3. For equations of class K2, the estimates of the classical FSCP are less accurate. This is due to the structure and properties of the evaluation function, which has the form of a series.

**Державний реєстраційний номер ДіР:**

**Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки:**

**Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності:**

**Підсумки дослідження:**

**Публікації:**

**Наукова (науково-технічна) продукція:**

**Соціально-економічна спрямованість:**

**Охоронні документи на ОПІВ:**

**Впровадження результатів дисертації:**

**Зв'язок з науковими темами:**

## VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Івасишен Степан Дмитрович
2. Ivasyshen Stepan Dmytrovych

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., 01.01.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Івасишен Степан Дмитрович
2. Ivasyshen Stepan Dmytrovych

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., 01.01.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

## VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів

**Офіційні опоненти**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Процах Наталія Петрівна
2. Protsakh Nataliia P.

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., 01.01.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Кочубей Анатолій Наумович
2. Kochubei Anatolii N.

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., 01.01.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Лопушанська Галина Петрівна
2. Lopyshanska Halyna P.

**Кваліфікація:** д.ф.-м.н., 01.01.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

**Рецензенти**

## VIII. Заключні відомості

| | |
|---|---|
| **Власне Прізвище Ім'я По-батькові голови ради** | Бокало Микола Михайлович |
| **Власне Прізвище Ім'я По-батькові головуючого на засіданні** | Бокало Микола Михайлович |
| **Відповідальний за підготовку облікових документів** | |
| **Реєстратор** | |
| **Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є відповідальним за реєстрацію наукової діяльності** | Юрченко Т.А. |