

Облікова картка дисертації

I. Загальні відомості

Державний обліковий номер: 0523U100127

Особливі позначки: відкрита

Дата реєстрації: 18-07-2023

Статус: Захищена

Реквізити наказу МОН / наказу закладу:



II. Відомості про здобувача

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Кашпур Олена Федорівна

2. Kashpur Olena Fedorivna

Кваліфікація: к. ф.-м. н., 01.05.02

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Вид дисертації: доктор наук

Аспірантура/Докторантура: ні

Шифр наукової спеціальності: 01.05.02

Назва наукової спеціальності: Математичне моделювання та обчислювальні методи

Галузь / галузі знань: Не застосовується

Освітньо-наукова програма зі спеціальності: Не застосовується

Дата захисту: 07-07-2023

Спеціальність за освітою: Прикладна математика

Місце роботи здобувача: Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Код за ЄДРПОУ: 02070944

Місцезнаходження: вул. Володимирська, 60, м. Київ, 01033, Україна

Форма власності:

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

III. Відомості про організацію, де відбувся захист

Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради): Д 26.194.02

Повне найменування юридичної особи: Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 05417176

Місцезнаходження: проспект Академіка Глушкова, буд. 40, м. Київ, 03187, Україна

Форма власності:

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію

Повне найменування юридичної особи: Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Код за ЄДРПОУ: 02070944

Місцезнаходження: вул. Володимирська, 60, м. Київ, 01033, Україна

Форма власності:

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

V. Відомості про дисертацію

Мова дисертації:

Коди тематичних рубрик: 27.39.27, 27.39.29, 27.41.17

Тема дисертації:

1. Інтерполяція операторів в гільбертових та евклідових просторах
2. Interpolation of operators in Hilbert and Euclidean spaces

Реферат:

1. Дисертація присвячена дослідженню та розв'язанню операторних інтерполяційних задач типу Лагранжа, Ерміта, Ерміта-Біркхофа, одержанню оцінок точності інтерполяційних формул у випадку збуреної вихідної інформації про оператор, що апроксимуємо, та дослідженню збіжності інтерполяційних процесів у гільбертовому просторі з мірою, розв'язанню інтерполяційних задач в умовах недовизначеності в скінченновимірному евклідовому просторі, знаходженню умов існування єдиного розв'язку та інваріантної розв'язуваності задачі інтерполяції. Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, списку використаних джерел та додатків. У першому розділі розглянуто постановки задач інтерполяції операторів та проведено аналіз літературних джерел за темою дисертаційних досліджень. У другому розділі для інтерполяційної задачі Лагранжа в абстрактному гільбертовому просторі показано, що в загальному випадку відсутня збіжність інтерполяційного процесу до поліноміального оператора, але лінійний інтерполяційний процес є

збіжним. Доведено, що в сепарабельному гільбертовому просторі з гаусовою мірою похибка інтерполяції може бути зроблена як завгодно малою величиною. У випадку, коли вузли інтерполяції обрано певним чином доведено, що інтерполяційний процес є збіжним. У гільбертовому просторі з мірою побудовано інтерполяційні формули Лагранжа для нелінійного оператора та показано, що інтерполянти є асимптотично інваріантними щодо поліномів відповідного степеня. Ці формули є набагато простішими за конструкцією побудови. Знайдено оцінки точності інтерполяції поліноміального та цілого операторів у випадку збуреної вихідної інформації та одержано кількість інтерполяційних вузлів, перевищення якої не покращує точності інтерполяційних формул. Проведено аналіз точності для поліноміальних та цілих функціоналів, що визначені на просторах $L_2(0,1)$ та $W_1^2(0,l)$ у разі наближеного обчислення скалярних добутків, що присутні в інтерполяційних формулах. Знайдено умови інваріантної розв'язуваності інтерполяційної задачі Лагранжа для функції багатьох змінних в умовах недовизначеності. При цьому показано, що розв'язок задачі є єдиним та має мінімальну норму серед усіх інтерполянтів при фіксованих інтерполяційних умовах. У лінійному нескінченновимірному просторі зі скалярним добутком та в скінченновимірному евклідовому просторі досліджена точність формули Лагранжа на поліномах відповідного степеня. Показано, що ця інтерполяційна формула містить фундаментальні поліноми Лагранжа. У третьому розділі в лінійному топологічному просторі для оператора однієї змінної знайдено умови існування континуальних вузлів для інтерполяційного поліному інтегрального вигляду. Наведено узагальнення інтерполяційних поліномів для операторів багатьох змінних в сенсі визначення умов, за яких має місце континуальність відповідної множини вузлів. Розглянуто приклади таких інтерполянтів. У четвертому розділі у гільбертовому просторі з мірою побудовано інтерполяційний поліном типу Ерміта у випадку, коли задані значення оператора та його перші диференціали Гаго у вузлах, що обрані певним чином. Доведено, що інтерполянт має мінімальну норму на множині інтерполянтів типу Ерміта з фіксованими інтерполяційними. Для поліноміального оператора побудовано інтерполяційні формули типу Ерміта, Ерміта-Біркхофа та наведено інтерполянт Абеля-Гончарова, які є асимптотично точними на поліномах відповідного степеня. Наявність оцінок точності дозволяє застосовувати такі інтерполянти для наближення поліноміальних, цілих та диференційованих операторів. Узагальнено теорему про інтерполянт мінімальної норми на випадок, коли задані диференціали Гаго до певного порядку у вузлах інтерполяції. Розглянуто питання про точність та збіжність інтерполяційного процесу до поліноміального оператора. Розглянуто інтерполяційні задачі Ерміта в скінченновимірному евклідовому просторі у випадку, коли задано значення функції багатьох змінних та значення її диференціалів Гаго до першого та до другого порядків відповідно у вузлах інтерполяції в умовах недовизначеності. Показано, що задачі мають єдиний розв'язок мінімальної норми та одержано умови інваріантної розв'язуваності задачі. У нормованому нескінченновимірному лінійному та в скінченновимірному евклідовому просторах показано, що інтерполяційний поліном Ерміта мінімальної норми містить фундаментальні поліноми. Досліджено точність інтерполяційних формул Ерміта на поліномах відповідного степеня. Доведені теореми проілюстровано прикладами. В гільбертовому просторі з мірою доведено теорему про інтерполяційний поліном мінімальної норми типу Ерміта-Біркхофа. У п'ятому розділі знайдено нові критерії сумісності лінійної системи рівнянь (еквівалентні теоремі Кронекера-Капеллі) та нерівностей (еквівалентні теоремі С.М.Чернікова), що пов'язані з умовами існування лінійного інтерполяційного полінома в евклідових просторах. Знайдено умови існування розв'язку систем нелінійних (поліноміальних) рівнянь. Розглянуто приклади розв'язання задач із застосуванням одержаних результатів.

2. The thesis focuses on the solution of Lagrange, Hermite, and Hermite-Birkhoff operator interpolation problems in Hilbert and finite-dimensional Euclidean spaces, and aims to study the interpolation convergence, obtain the accuracy estimation of interpolation formulas when initial information is disturbed, and outline the conditions for the solvability of the interpolation problem in case of under determinacy. The thesis includes an introduction, five chapters, a list of references, and appendices. The first chapter reveals the statements of operator interpolation problems and the analysis of the relevant scholarly papers. The second chapter shows that in general, the interpolation does not converge to the polynomial operator for the Lagrange interpolation problem in the Hilbert space, however, the linear interpolation is convergent. It is proved that in a separable Hilbert space with a

Gaussian measure, the interpolation error can be made arbitrarily small. The research ascertains that the interpolation stays convergent when there is a certain choice of interpolation nodes. The paper investigates Lagrange interpolation formulas for a nonlinear operator in a Hilbert space with a measure and shows that interpolants asymptotically retain polynomials of the corresponding degree. These formulas are much simpler in design. The availability of estimation accuracy enables such interpolants to be used for approximating polynomial and integer operators. The study reveals the interpolation accuracy estimation of polynomial and integer operators when initial information is disturbed. Also, the number of interpolation nodes is obtained and shown that its exceeding does not improve the accuracy of interpolation formulas. Similar theorems are proved for polynomial and integer functionals that are defined on the spaces $L_2(0,1)$ and $W_1^2(0,\pi)$ when there is an approximate calculation of scalar products in interpolation formulas. The investigation assumes the conditions for the invariant solvability of the Lagrange interpolation problem in Euclidean space in case of under-determinacy. Accordingly, it is stated that the solution is the only one and has the minimum norm among all interpolants. The study investigates the accuracy of the Lagrange formula on polynomials of the appropriate degree in a linear infinite-dimensional space with a scalar product and in a finite-dimensional Euclidean space, and it shows that this interpolation formula contains fundamental Lagrange polynomials. In the third chapter, in linear topological space, an interpolation Newton-type polynomial of integral form is considered. The chapter proves a theorem concerning the conditions of continual nodes' existence for the chosen interpolant. The obtained result for operators of many variables is generalized. The fourth chapter reveals the Hermite interpolation polynomial in Hilbert space with a measure when the operator values are given and its first Gateaux differentials at nodes are chosen in a certain way. It is proved that the interpolant has a minimum norm on the set of Hermite interpolants. The theorem on the minimum norm interpolant is generalized for the case when there are Gateaux differentials up to a certain order in the interpolation nodes. Furthermore, the chapter considers the issue of interpolation accuracy and convergence to the polynomial operator. It is shown that Hermite and Hermite-Birkhoff interpolants asymptotically preserve polynomials of the corresponding degree. These formulas are much simpler in design and the availability of estimation accuracy enables such interpolants to be used for approximating polynomial, integer, and differentiable operators. The investigation outlines the Hermite interpolation problems when it is given the value of the function of many variables and the value of its corresponding first- and second-order Gateaux differentials in the interpolation nodes. It is also revealed that these problems have a unique minimum norm solution. The study demonstrates the conditions of invariant solvability and problem solutions in case of under-determinacy. In the normalized infinite-dimensional linear and finite-dimensional Euclidean spaces, it is shown that the Hermite interpolation polynomial of minimum norm contains fundamental polynomials. The accuracy of Hermite interpolation formulas on polynomials of the corresponding degree is studied. The theorem on the Hermite-Birkhoff interpolant of the minimal norm in a Hilbert space with the measure is proved. The fifth chapter ascertains the new compatibility criteria of the linear system of equations and inequalities, which are equivalent to Kronecker-Capelli's and Chernikov's theorems correspondingly, and are related to the conditions of existence of a linear interpolation polynomial in Euclidean spaces. The conditions for the existence of the nonlinear (polynomial) equation solution are found. Examples of solving problems using the obtained results are considered.

Державний реєстраційний номер ДіР:

Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки:

Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності:

Підсумки дослідження:

Публікації:

Наукова (науково-технічна) продукція:

Соціально-економічна спрямованість:

Охоронні документи на ОПІВ:

Впровадження результатів дисертації:

Зв'язок з науковими темами:

VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Хлобистов Володимир Володимирович
2. Khlobystov Volodymyr Volodymyrovych

Кваліфікація: д.ф.-м.н., 01.01.07

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Хлобистов Володимир Володимирович
2. Khlobystov Volodymyr Volodymyrovych

Кваліфікація: д.ф.-м.н., 01.01.07

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів

Офіційні опоненти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Хапко Роман Степанович
2. Chapko Roman Stepanovych

Кваліфікація: д.ф.-м.н., 01.01.07

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Касьянов Павло Олегович
2. Kasyanov Pavlo Olegovych

Кваліфікація: д.ф.-м.н., 01.05.01, 01.05.04

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Попов Олександр Володимирович
2. Popov Oleksandr Volodymyrovych

Кваліфікація: д. ф.-м. н., 01.05.02

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

Рецензенти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Семенов Володимир Вікторович
2. Semenov Volodymyr Viktorovych

Кваліфікація: д.ф.-м.н., 01.05.01

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Хусаїнов Денис Ях'євич
2. Khusainov Denys Yakhevych

Кваліфікація: д.ф.-м.н., 01.01.02

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Рубльов Богдан Владиславович
2. Rubliov Bohdan Vladyslavovych

Кваліфікація: д.ф.-м.н., 01.05.04

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

VIII. Заключні відомості

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові
голови ради**

Сергієнко Іван Васильович

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові
головуючого на засіданні**

Сергієнко Іван Васильович

**Відповідальний за підготовку
облікових документів**

Реєстратор

**Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є
відповідальним за реєстрацію наукової
діяльності**



Юрченко Т.А.