

# Облікова картка дисертації

## I. Загальні відомості

**Державний обліковий номер:** 0521U101755

**Особливі позначки:** відкрита

**Дата реєстрації:** 20-09-2021

**Статус:** Захищена

**Реквізити наказу МОН / наказу закладу:**



## II. Відомості про здобувача

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Шпот Микола Адріанович

2. Shpot Mykola A.

**Кваліфікація:** к. ф.-м. н., 01.04.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Вид дисертації:** доктор наук

**Аспірантура/Докторантура:** так

**Шифр наукової спеціальності:** 01.04.02

**Назва наукової спеціальності:** Теоретична фізика

**Галузь / галузі знань:** Не застосовується

**Освітньо-наукова програма зі спеціальності:** Не застосовується

**Дата захисту:** 15-09-2021

**Спеціальність за освітою:** радіофізика і електроніка

**Місце роботи здобувача:** Інститут фізики конденсованих систем Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 05540014

**Місцезнаходження:** вул. Свенціцького, буд. 1, м. Львів, Львівська обл., 79011, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

### III. Відомості про організацію, де відбувся захист

**Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради):** Д 35.156.01

**Повне найменування юридичної особи:** Інститут фізики конденсованих систем Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 05540014

**Місцезнаходження:** вул. Свенціцького, буд. 1, м. Львів, Львівська обл., 79011, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

### IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію

**Повне найменування юридичної особи:** Інститут фізики конденсованих систем Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 05540014

**Місцезнаходження:** вул. Свенціцького, буд. 1, м. Львів, Львівська обл., 79011, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

### V. Відомості про дисертацію

**Мова дисертації:**

**Коди тематичних рубрик:** 27.29.19, 29.19.15, 29.19.37, 29.05.23

**Тема дисертації:**

1. Критична поведінка просторово неоднорідних систем
2. Critical behavior of spatially inhomogeneous systems

**Реферат:**

1. Дисертація присвячена теоретичному опису критичної поведінки неідеальних систем. Їх неідеальність проявляється у вигляді наявності замороженого безладу, однієї або двох поверхонь, сильної просторової анізотропії. Для всіх цих особливих властивостей в загальному використовується термін "просторова неоднорідність". Невпорядковані системи досліджуються за допомогою "масивної" теорії поля Парізі у фіксованих вимірностях простору  $d$ . Ідею Парізі реалізовано в нецілих вимірностях простору і побудовано гладкі залежності критичних показників від неперервної змінної  $d$ . Потрібні інтеграли Фейнмана та функції ренормалізаційної групи (РГ) розраховано у явному вигляді для довільних значень  $d$ . Масивна теорія поля узагальнюється також на випадок низькотемпературної фази  $T < T_c$ . Розраховані універсальні комбінації критичних амплітуд у трипетльовому наближенні. Масивна теорія поля і відповідні умови нормування сформульовані для напівбезмежних систем з плоскою поверхнею та різними граничними умовами у

вимірностях простору  $2 < d \leq 4$ . Отримано чисельні оцінки поверхневих критичних показників спеціального та звичайного переходів при  $d=3$ . Вони порівнюються з наявними експериментальними і теоретичними результатами, а також з даними симуляцій Монте-Карло. Досліджено вплив поверхневої неупорядкованості на спеціальний перехід, а також зміни показників звичайного переходу за наявності об'ємного безладу. Запропоновано новий підхід до розрахунку критичних показників сильно анізотропних систем у точці Ліфшица (ТЛ). Виведено правильні  $\epsilon=4+m/2-d$ -розклади для всіх показників  $m$ -вісних ТЛ в порядку  $O(\epsilon^2)$ , справедливі для довільної кількості осей анізотропії  $m$ . Зокрема, у випадку нетривіальних взаємодіючих теорій знайдено неklasичний індекс анізотропії  $\theta$  for all  $m \in ]0, d[$ . Досліджено задачу про вплив кристалічної структури (кубічної анізотропії)  $m$ -вісного модуляційного підпростору на критичну поведінку в ТЛ. Розраховано відповідний кросоверний показник і зроблено висновок про те, що анізотропія такого типу може впливати на критичну поведінку в ТЛ. Виконано ренормгруповий опис напівбезмежних анізотропних систем з поверхнею, перпендикулярною до однієї з осей модуляції. Проведено ретельну перевірку гіпотези локальної скейлінгової інваріантності М. Генкеля, яка представляє собою спробу узагальнення конформної інваріантності на випадок анізотропних систем. Виявлено низку неточностей її формулювань та отримано нову інформацію щодо математичної структури та явної форми двоточкових функцій в ТЛ. Явні вирази для кореляційних функцій  $\langle \phi \phi \rangle$  і  $\langle \phi^2 \phi^2 \rangle$ , розраховані з точністю до  $O(\epsilon^2)$ , мають більш складну математичну структуру, ніж передбачено цією гіпотезою, яка виявляється придатною лише для модельних систем без взаємодії. Сформульовано  $1/n$ -розклад (з безмежно великим числом компонент параметра порядку  $n$ ) для ТЛ з довільною кількістю осей анізотропії  $m$  при всіх допустимих  $d$  та  $0 \leq m \leq d$  між нижньою і верхньою граничними вимірностями  $d_{\ell}(m)=2+m/2$  і  $d^*(m)=4+m/2$ . Результати узгоджуються з чотирма граничними випадками: ізотропних критичних показників у порядку  $O(1/n)$  при  $m=0$ ; аналогічних показників ізотропної ТЛ при  $m=d$ ;  $\epsilon_{\ell}$ -та  $\epsilon$ -розкладів при малих  $\epsilon_{\ell}=d-d_{\ell}(m)$  і  $\epsilon=d^*(m)-d$ . Розглянуто інші часткові випадки, зокрема, важливі варіанти одновісних систем у трьох та чотирьох вимірах. Запропоновано схематичні залежності кореляційних показників  $\eta_2(m,d)$  та  $\eta_4(m,d)$  від вимірності простору  $d$ . Коректність останніх підтверджена в роботі інших авторів з використанням точних рівнянь РГ. Досліджено вплив геометричного обмеження багаточастинкових систем двома паралельними поверхнями з різними граничними умовами. В таких системах при критичній температурі виникають флуктуаційно індуковані сили між поверхнями, аналогічні силам Казимира у квантовій електродинаміці; їх величина визначається амплітудою Казимира. Показано, що  $\epsilon$ -розклад амплітуд Казимира для систем з геометрією півки і періодичними чи спеціальними граничними умовами є неаналітичним. Знайдено поправки порядку  $O(\epsilon^{3/2})$  для цих амплітуд. З'ясована причина неаналітичності, виконані чисельні оцінки при  $d=3$ . Для досягнення можливого прогресу в отриманні результатів у вищих наближеннях досліджено альтернативну схему розрахунку амплітуд Казимира, що базується на розгляді інтегралів від добутків дзета-функцій Гурвіца. Показано, що у випадку сильно анізотропних систем флуктуаційні сили залежать від орієнтації поверхонь відносно напрямів осей анізотропії. Для двох орієнтацій: паралельної і перпендикулярної щодо цих напрямів, виконано явні обчислення амплітуд Казимира та наведено їх чисельні оцінки у тривимірному просторі.

2. The subject of the Thesis is a theoretical description of the critical behavior of non-ideal systems. Their non-ideality manifests itself in the presence of quenched disorder, one or two surfaces, strong spatial anisotropy. These special properties are generally termed as spatial inhomogeneities. Disordered systems are studied using the Parisi's "massive" field theory in fixed space dimensions  $d$ . We implement the idea of Parisi in non-integer dimensions and construct a smooth dependence of critical exponents on continuously varying parameter  $d$ . Required Feynman integrals and renormalization group (RG) functions are calculated explicitly for generic values of  $d$ . The massive field theory is further generalized to the case of the low-temperature phase  $T < T_c$ . Universal critical amplitude combinations are calculated in the three-loop approximation. The massive field theory with appropriate normalization conditions is formulated for semi-infinite systems with a flat boundary and

different boundary conditions in  $d \leq 4$  space dimensions. Numerical estimates of surface critical exponents at the special and ordinary transitions are obtained in  $d=3$ . They are compared with available experimental, theoretical and Monte Carlo data. The effect of the surface disorder on the special transition and changes of the ordinary-transition exponents in the presence of the bulk disorder are addressed. A new approach is proposed for the calculation of critical exponents of strongly anisotropic systems at the  $m$ -axial Lifshitz point (LP). The correct  $\epsilon=4+m/2-d$ -expansions for all LP exponents up to  $O(\epsilon^2)$  are derived, valid for arbitrary number of anisotropy axes  $m$ . In particular, the non-classical anisotropy index  $\theta$  is found for all  $m \in [0, d]$  in non-trivial interacting theories. We study the problem of the influence of crystal structure (cubic anisotropy) of the  $m$ -axial modulation subspace on the critical behavior of LPs. We calculate the corresponding crossover exponent and conclude that this anisotropy can influence the LP critical behavior. We give an RG description of semi-infinite anisotropic systems with a boundary perpendicular to one of the modulation axes. A thorough check is performed of the local scaling invariance hypothesis by M. Henkel, an attempt to generalize the conformal invariance to anisotropic systems. We found a number of inaccuracies in its formulation and obtained new information regarding the mathematical structure and explicit form of two-point functions at the LP. Explicit expressions for correlation functions  $\langle \phi \rangle$  and  $\langle \phi^2 \rangle$  up to  $O(\epsilon^2)$  have more complex mathematical structure as predicted by the hypothesis, which appears to be valid only for interaction-free models. A  $1/n$ -expansion (with a large number of the order-parameter components  $n$ ) for generic  $m$ -axial LPs is formulated, for all admissible  $d$  and  $0 \leq m \leq d$  between the lower and upper critical dimensions  $d_{\ell}(m)=2+m/2$  and  $d^*(m)=4+m/2$ . The results are consistent with four limiting cases: isotropic critical exponents to  $O(1/n)$  at  $m=0$ ; isotropic LP ones at  $m=d$ ;  $\epsilon_{\ell}$ - and  $\epsilon$ -expansions for small  $\epsilon_{\ell}=d-d_{\ell}(m)$  and  $\epsilon=d^*(m)-d$ . A number of other special cases are considered, in particular, important instances of uniaxial systems in three and four dimensions. Schematic patterns of correlation exponents  $\eta_2(m,d)$  and  $\eta_4(m,d)$  as functions of  $d$  are suggested. They are confirmed in a work of other authors, by means of exact RG equations. Finally, we study effects of a geometric restriction of statistical systems by two parallel surfaces with different boundary conditions, where, at criticality, fluctuation-induced forces arise analogous to Casimir forces in quantum electrodynamics; their value is determined by the Casimir amplitude. We show that  $\epsilon$ -expansions of Casimir amplitudes for systems with film geometry and periodic and special boundary conditions are nonanalytic. We explicitly find corrections of order  $O(\epsilon^{3/2})$  for these amplitudes. The reason for nonanalyticity is explained, numerical estimates are performed in  $d=3$ . For possible future progress with higher-order approximations, an alternative calculational scheme of Casimir amplitudes is studied, based on integrals of products of Hurwitz zeta functions. For strongly anisotropic systems, we argue that fluctuation-induced forces depend on the orientation of boundaries with respect to directions of anisotropy axes. For two orientations: parallel and perpendicular with respect to these directions, we perform explicit calculations of Casimir amplitudes and provide their numerical estimates in three dimensions.

**Державний реєстраційний номер ДіР:**

**Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки:**

**Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності:**

**Підсумки дослідження:**

**Публікації:**

**Наукова (науково-технічна) продукція:**

**Соціально-економічна спрямованість:**

**Охоронні документи на ОПВ:**

**Впровадження результатів дисертації:**

**Зв'язок з науковими темами:**

## **VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Юхновський Ігор Рафаїлович

2. Yukhnovskii Ihor R.

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., 01.04.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Юхновський Ігор Рафаїлович

2. Yukhnovskii Ihor R.

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., 01.04.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

## **VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів**

**Офіційні опоненти**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Доценко Віктор Степанович

2. Dotsenko Viktor S.

**Кваліфікація:** д.ф.-м.н., 01.04.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Ребенко Олексій Лукич

2. Rebenko Alexei Lukich

**Кваліфікація:** д.ф.-м.н., 01.01.03

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Анчишкін Дмитро Владленович

2. Anchyskin Dmytro Vladlenovych

**Кваліфікація:** д.ф.-м.н., 01.04.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

**Рецензенти**

### **VIII. Заключні відомості**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові  
голови ради**

Мриглод Ігор Миронович

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові  
головуючого на засіданні**

Мриглод Ігор Миронович

**Відповідальний за підготовку  
облікових документів**

**Реєстратор**

**Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є  
відповідальним за реєстрацію наукової  
діяльності**



Юрченко Т.А.