Облікова картка дисертації

I. Загальні відомості

Державний обліковий номер: 0824U003411

Особливі позначки: відкрита

Дата реєстрації: 21-11-2024

Статус: Захищена

Реквізити наказу МОН / наказу закладу:

II. Відомості про здобувача

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Райлян Анастасія Андріївна
2. Anastasiia A. Railian

Кваліфікація:

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Вид дисертації: доктор філософії

Аспірантура/Докторантура: так

Шифр наукової спеціальності: 111

Назва наукової спеціальності: Математика

Галузь / галузі знань: математика та статистика

Освітньо-наукова програма зі спеціальності: 111 Математика

Дата захисту: 15-11-2024

Спеціальність за освітою: 014 Середня освіта (Математика

Місце роботи здобувача:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

III. Відомості про організацію, де відбувся захист

Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради): Д 41. 053. 01

Повне найменування юридичної особи: Державний заклад "Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського"

Код за ЄДРПОУ: 02125473

Місцезнаходження: вул. Старопортофранківська, буд. 26, Одеса, 65020, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію

Повне найменування юридичної особи: Державний заклад "Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського"

Код за ЄДРПОУ: 02125473

Місцезнаходження: вул. Старопортофранківська, буд. 26, Одеса, 65020, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

V. Відомості про дисертацію

Мова дисертації: Українська

Коди тематичних рубрик: 27.45.17

Тема дисертації:

1. Обернена задача знаходження форми гра- фу та узагальнення теореми Амбарцумяна
2. Inverse problem of recovering the shape of a graph and generalizations of Ambarzuvian’s theorem

Реферат:

1. У вступі визначено обєкт і предмет дослідження, обгрунтовано актуальність теми дисертаційного дослідження, сформульовано мету і завдання, визначено методи дослідження, його наукову новизну, практичну значимість, прокоментовано апробацію, описано структуру дисертаційної роботи та її основний зміст. У другому розділі коротко описана історія обернених спектральних задач Штурма-Ліувілля на інтервалі, на зірковому графі, на довільному метричному дереві і на простому звязному графі. Зазначено, що існують дві постановки обернених задач на графах. В першій постановці даними є форма графу та спектр або спектри задач Штурма-Ліувілля на цьому графі, треба знайти потенціали на ребрах. У другій постановці оберненої задачі відомий спектр (або спектри), а треба знайти форму графу. В даній дисертаційній роботі розглянуті обернені задачі у першій постановці (розділ 3) та у другій постановці (розділ 4, розділ 5). У третьому розділі розвязана, по-перше, пряма задача з трьома спектрами, яку можна розглядати як задачу на

графі P3. Це задача про взаємне розташування власних значень задачі Штурма-Ліувілля на інтервалі з умовою Неймана на одному кінці та умовою Діріхле на другому кінці та власних значень задач, породженим тим же рівнянням Штурма-Ліувілля на лівій половині цього інтервалу та на правій половині цього інтервалу. Доведено, що власні значення задачі на всьому інтервалі чергуються з елементами об'єднання спектрів задач на половинах інтервалу. Також, в цьому розділі розв'язана обернена задача за трьома спектрами, тобто задача відновлення потенціалу рівняння Штурма-Ліувілля, виходячи з відомих спектра задачі Штурма-Ліувілля на цьому інтервалі та спектрів задач на половинах цього інтервалу. Доведено, що якщо власні значення задачі на всьому інтервалі чергуються з елементами обєднання спектрів задач на половинах цього інтервалу у строгому сенсі, то розвязок такої оберненої задачі єдиний. Розглянуто особливий випадок, в якому для знаходження потенціалу достатньо знати не три вищезгадані спектри, а тільки два та одне власне значення з третього. Цей випадок є аналогом ситуації в якій справедлива класична теорема Амбарцумяна. У четвертому та п'ятому розділах розглянуті задачі відновлення форми графів, виходячи зі спектрів крайових задач. У четвертому розділі розглянута спектральна задача, породжена рівняннями Штурма-Ліувілля на простих зв'язних рівнобічних метричних графах зі стандартними умовами у вершинан. Під стандартними умовами маємо крайові умови Неймана на висячих вершинах та умови неперервності та Кірхгофа у внутрішніх вер- шинах. Знайдені асимптотичні формули для власних значень таких задач, причому показано, що в той час, як головний член асимптотики, добре відомий, як вейлівський (див. рівняння (4.11) нижче), залежить тільки від довжини ребра та кількості ребер, другі члени асимптотики є різними для різних підпослідовностей спектра. Коефіцієнти при других членах асимптотики, як це доведено в роботі, взаємнооднозначно пов'язані з власними значеннями нормованого Лапласіану цього графу і не залежать від потенціалів на ребрах графу (мається на увазу, що ці потенціали є дійсними L2-функціями). Це означає, що отримані з експерименту другі коефіцієнти у підпослідовностях, з яких складається спектр, дають можливість знайти власне значення дискретного Лапласіану графа. Далі задача звелася до проблеми відновлення форми графа, виходячи з власних значень дискретного Лапласіану (та відомої кількості ребер графу, яку можна знайти з вейлівської формули для першого члена). Розглянуто всі прості зв'язні графи кількість вершин у яких не перевищує п'яти. Знайдено визначники їх нормованих Лапласіанів і порівняно між собою ті з них, котрі мають однакову кількість ребер. Виявилось, що всі вони різні. Це означає, що серед простих зв'язних рівнобічних графів з кількістю вершин не більше п'яти немає коспектральних. Тут, під коспектральними маються на увазі неізоморфні графи з однаковим спектром задачі Штурма-Ліувілля зі стандартними умовами у вершинах. Відомо, що існує пара коспектральних графів з шістьома вершинами. Отже, отриманий результат не можна поширити на графи з кількістю вершин більше п'яти. Окремо розглянуто випадок дерев. Для рівнобічних дерев доведено, що, якщо кількість вершин не перевищує восьми, то визначники всіх дискретних Лапласіанів різні, тобто не існує коспектральних у нашому сенсі графів серед рівнобічних дерев з кількістю вершин ≤ 8. Відомо, що існує пара коспектральних графів з дев'ятью вершинами. Отже, нащ результат не можна поширити на випадок дерев з кількістю вершин більше восьми. Для знаходження форми графу виходячи з визначника дискретного Лапласіану слід скористатися тим, що графам зображеним на рисунку 3 відповідають характеристичні многочлени, тобто визначники дискретних Лапласіанів наведені на сторінках 47-48. Деревам, зображеним на рисунках 4 та 5 відповідають характеристичні многочлени, представлені на сторінках 48-50.

2. The approbation is described and the structure and the main content are given. In Section 2 a brief history of direct and inverse spectral Sturm-Liouville problems on an interval, on a star graph, on an arbitrary tree and on a simple connected metric graph is presented. There exist two settings of inverse problem on a graph. In the first setting the shape of a graph is given as well as the spectrum of a spectral problem or spectra of spectral problems and it necessary to find the potentials on the edges. In the second setting of inverse problem on graphs the spectrum (or spectra) is given, we need to find the shape of the graph. In the third section the first setting of the inverse problem is considered while in the fourth and in the fifth – the second. In the third section first of all the direct three spectra problem is considered which is a problem on the P3 graph. This is the problem of mutual arrangement of the eigenvalues of the Sturm-Liouville problem on an interval with the Neumann condition at one

of the ends and the Dirichlet condition at the other end, the eigenvalues of the Sturm-Liouville problems on the left half and on the right half of the interval. It is proved that the eigenvalues of the problem on the whole interval interlace with the elements of the union of the sets of eigenvalues of the problems on the parts of the interval. The three spectra inverse problem is considered in this section also. This is the problem of recovering the potential of the Sturm-Liouville equation using the spectrum of the problem on the whole interval and the spectra of the problems on the left and the right halves of the interval. It is proved that if the eigenvalues of the problem on the whole interval strictly interlace with the elements of the union of the spectra of the problems on the halves of the interval then the solution of the three spectra inverse problem is unique. A special case is considered in which not three but two spectra and one eigenvalue of the third spectrum uniquely determine the potential. This case is an analogue of the situation where Ambarzumian's theorem is true. In the fourth and fifth sections problems of recovering the shape of graphs using the spectra of boundary value problems are considered. In the fourth section the Sturm-Liouville problem on simple connected equilateral metric graphs is considered with the standard conditions at the vertices. By standard the Neumann conditions at the pendant vertices and Kirchhoff's and continuity conditions at the interior vertices are meant. Asymptotic formulae for the eigenvalues of such problems are obtained. It is shown that the main term of these asymptotics known as Weyl's term (see equation (4.11)) depends only on the number of edges and on the length of an edge. The second term of the asymptotics is different for different subsequences of the spectrum. It is proved that the coefficients in the second terms are in one-to-one correspondence with the eigenvalues of the normalized Laplacian of the graph and does not depend on the potentials on the edges (it is assumed that these potentials are real and belong to L2(0, l)). Thus, the coefficients of the second terms in asymptotics of the spectrum subsequences enable to find eigenvalues of the normalized Laplacian. Then the problem is reduced to the problem of recovering the shape of a graph using eigenvalues of the normalized Laplacian (and the number of edges which can be obtained from the Weyl's formula for the first term of the asymptotics). For all the simple connected graphs with the number of vertices not exceeding five the determinants of the normalized Laplacians are found. Those of them which has the same number of edges are compared. It appeared that all of them are different. This means that there are no cospectral among simple connected equilateral graphs with the number of vertices less or equal five. By cospectral we mean nonisomorphic graphs with the same spectra of the Sturm-Liouville problem with the standard conditions at the vertices. It is known that there exists a pair of cospectral graphs on six vertices. Thus, this result can't be extended to the case of more than five vertices. The case of trees is considered separately. It is proved that if the number of the vertices in equilateral trees does not exceed eight then the determinants of the normalized Laplacians are different and therefore there are no cospectral in our sense equilateral trees with the number of vertices not exceeding eight. It is known that there exists a pair of cospectral trees on nine vertices. Thus, this result can't be extended to the case of trees of more than eight vertices. To find the shape of a graph using the normalized Laplacian determinant one should use the fact that graphs of Fig. 3 of the thesis are in one-to-one correspondence with the characteristic polynomials, i.e. determinants of the normalized Laplacians given at pages 47-48.

Державний реєстраційний номер ДіР:

Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки: Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку суспільства і держави

Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності: Не застосовується

Підсумки дослідження: Нове вирішення актуального наукового завдання

Публікації:

- A. Chernyshenko, V. Pivovarchik, Recovering the shape of a quantum graph. Integral Equations and Operator Theory, Vol. 92, (2020), Art. 23, 16 pp. DOI:10.1007/s00020-020-02581-w

https://link.springer.com/article/10.1007/s00020-020-02581-w

- A. Chernyshenko, V. Pivovarchik. On Three Spectra Problem and Ambarzumian's Theorem. Mediterr. J. Math. (2023) 20:129 https://doi.org/10.1007/s00009-023-02347-9.
- A. Chernyshenko, V. Pivovarchik. Cospectral quantum graphs with Dirichlet conditions at pendant vertices. Ukrainian Math. J. 75 (2023) is. 3, 439–455. DOI: 10.37863/umzh.v75i3.7351

Наукова (науково-технічна) продукція: методи, теорії, гіпотези

Соціально-економічна спрямованість:

Охоронні документи на ОПІВ:

Впровадження результатів дисертації: Впроваджено

Зв'язок з науковими темами: 01119U002030

VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Пивоварчик Вячеслав Миколайович

2. Viacheslav M. Pyvovarchyk

Кваліфікація: д. ф.-м. н., професор, 01.01.02

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Державний заклад "Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського"

Код за ЄДРПОУ: 02125473

Місцезнаходження: вул. Старопортофранківська, буд. 26, Одеса, 65020, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів

Офіційні опоненти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Михайлець Володимир Андрійович

2. Volodymyr A. Mykhailets

Кваліфікація: д. ф.-м. н., професор, 01.01.02

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Інститут математики Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 05417207

Місцезнаходження: вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01024, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Золотарьов Володимир Олексійович
2. Volodymyr O. Zolotarov

Кваліфікація: д. ф.-м. н., 01.01.01

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Фізико-технічний інститут низьких температур імені Б. І. Вєркіна Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 03534601

Місцезнаходження: проспект Науки, буд. 47, Харків, Харківський р-н., 61103, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

Рецензенти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Болдарєва Ольга Миколаївна
2. Olha M. Boldarieva

Кваліфікація: к. ф.-м. н., 01.01.03

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Державний заклад "Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського"

Код за ЄДРПОУ: 02125473

Місцезнаходження: вул. Старопортофранківська, буд. 26, Одеса, 65020, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Бойко Ольга Павлівна

2. Olha P. Boiko

Кваліфікація: к. ф.-м. н., 01.01.03

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Державний заклад "Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського"

Код за ЄДРПОУ: 02125473

Місцезнаходження: вул. Старопортофранківська, буд. 26, Одеса, 65020, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

VIII. Заключні відомості

Власне Прізвище Ім'я По-батькові голови ради	Калюжний-Вербовецький Дмитро Семенович
Власне Прізвище Ім'я По-батькові головуючого на засіданні	Калюжний-Вербовецький Дмитро Семенович
Відповідальний за підготовку облікових документів	Княжева І. А.
Реєстратор	УкрІНТЕІ

Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є відповідальним за реєстрацію наукової діяльності — Юрченко Тетяна Анатоліївна