Облікова картка дисертації

I. Загальні відомості

Державний обліковий номер: 0825U002801

Особливі позначки: відкрита

Дата реєстрації: 09-07-2025

Статус: Запланована

Реквізити наказу МОН / наказу закладу:

II. Відомості про здобувача

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Лотарець Ляна Андріївна
2. Liana Lotarets

Кваліфікація:

Ідентифікатор ORCHID ID: 0000-0002-9770-3858

Вид дисертації: доктор філософії

Аспірантура/Докторантура: так

Шифр наукової спеціальності: 111

Назва наукової спеціальності: Математика

Галузь / галузі знань: математика та статистика

Освітньо-наукова програма зі спеціальності: Математика

Дата захисту: 04-08-2025

Спеціальність за освітою: Математика

Місце роботи здобувача: Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Код за ЄДРПОУ: 02071205

Місцезнаходження: майдан Свободи, 4, Харків, Харківський р-н., 61022, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

Сектор науки: Університетський

III. Відомості про організацію, де відбувся захист

Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради): PhD 9447

Повне найменування юридичної особи: Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Код за ЄДРПОУ: 02071205

Місцезнаходження: майдан Свободи, 4, Харків, Харківський р-н., 61022, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

Сектор науки: Університетський

IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію

Повне найменування юридичної особи: Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Код за ЄДРПОУ: 02071205

Місцезнаходження: майдан Свободи, 4, Харків, Харківський р-н., 61022, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

Сектор науки: Університетський

V. Відомості про дисертацію

Мова дисертації: Українська

Коди тематичних рубрик: 27.21, 27.21.17, 27.21.19

Тема дисертації:

1. Диференціальна геометрія розшарованих просторів з узагальненими метриками
2. Differential geometry of bundles with generalized metrics

Реферат:

1. Дисертацію присвячено дослідженню метрик розшарованих просторів, їхніх властивостей, та їх узагальнень на більш широкий клас метрик які призводять до іншої геометрії в шарах і всьому дотичному розшаруванні. Природною метрикою на дотичному розшаруванні є метрика Сасакі, геометричні властивості якої добре відомі. Насправді ж загалом метрика Сасакі має лише властивості загальної ріманової метрики, бо на шарах метрика Сасакі співпадає з метрикою базового многовиду. Але можна узагальнити визначення метрики Сасакі, дозволивши метриці на шарах відрізнятися від базової. Головним питанням, яким займалися і займаються багато відомих математиків, є: як саме нова деформована метрика Сасакі змінює геометрію дотичного розшарування? Метою дослідження є виявлення залежностей геометричних властивостей загальних векторних розшарувань від метрики на розшарованому просторі, а також знаходження зв'язку між

властивостями базового многовиду і шарів загального розшарування, вивчення геометричних властивостей перерізів загального розшарування для різних типів узагальнених метрик. Об'єктом дослідження є геометричні властивості дотичних розшарувань ріманових многовидів та їх перерізів з різними деформаціями метрики Сасакі. Предметами дослідження є узагальнення метрики Сасакі, геодезичні лінії дотичного розшарування, особливості сасакієвого многовиду, а також гармонічні, мінімальні та цілком геодезичні векторні поля. Завданнями дослідження є: 1) узагальнення сигар солітонної метрики на дотичне розшарування; 2) дослідження геодезичних ліній дотичного розшарування з пошарово сигар солітонною метрикою; 3) дослідження гармонічних одиничних векторних полів на одиничному дотичному розшаруванні зі скрученою метрикою Сасакі; 4) класифікація лівоінваріантних гармонічних одиничних векторних полів, які визначають гармонічні відображення у випадку вертикально масштабованої метрики на одиничному дотичному розшаруванні; 5) знаходження виразу для другої основної форми підмноговиду, що задається одиничним векторним полем, в одиничному дотичному розшаруванні ріманового многовиду з g-натуральною метрикою; 6) знаходження умов, за яких відображення що задається одиничним векторним полем, в одиничному дотичному розшаруванні ріманового многовиду з g-натуральною метрикою може бути цілком геодезичним. Для дослідження використано методи диференціальної геометрії, ріманової геометрії, диференціальних рівнянь, математичного аналізу, лінійної алгебри, теорії груп та алгебр Лі. Розділ 1 дисертаційної роботи присвячено базовим відомостям з геометрії розшарованих просторів, а також огляду літератури. Наведено базові відомості з геометрії дотичного розшарування та одиничного дотичного розшарування, контактних многовидів, метрики Сасакі, векторних полів на рімановому многовиді як відображень та підмноговидів. Зроблено огляд таких понять, як гармонічність, мінімальність і цілком геодезичність векторного поля та відображення. Розділ 2 дисертаційної роботи присвячено узагальненю сигар солітонної метрики Річарда Гамільтона як деформації метрики Сасакі на дотичному розшаруванні ріманова многовиду. У дисертаційній роботі вперше було досліджено узагальнення метрики сигар солітона Гамільтона, що є двовимірним многовидом, як метрики на дотичному розшаруванні. Було вперше введено поняття "пошарово сигар солітонної деформації метрики Сасакі" (або "пошарово гамільтонової сигар солітонної метрики") і досліджено геодезичні лінії дотичного розшарування з такою метрикою. Розділ 3 дисертаційної роботи присвячено вивченню гармонічних одиничних векторних полів на одиничному дотичному розшаруванні зі скрученою метрикою Сасакі. У дисертаційній роботі вперше було описано деформації які зберігають існування гармонічних ліво-інваріантних одиничних векторних полів на тривимірних унімодулярних групах Лі з ліво-інваріантною метрикою та гармонічних відображень, які задаються одиничним векторним полем, у випадку скрученої метрики Сасакі на одиничному дотичному розшаруванні, а також вперше було класифіковано такі векторні поля та відображень у випадку вертикально масштабованої метрики. Розділ 4 дисертаційної роботи присвячено вивченню випадку, коли непаралельне одиничне векторне поле на рімановому многовиді визначає ізометричне занурення з рімановою g-натуральною метрикою на одиничному дотичному розшаруванні. У дисертаційній роботі вперше було досліджено цілком геодезичність непаралельних одиничних векторних полів, що визначають ізометричне вкладення, на K-контактному метричному многовиді з g-натуральною метрикою на одиничному дотичному розшаруванні. Також вперше було отримано вираз для другої основної форми відображення, що задається одиничним векторним полем на рімановому многовиді з g-натуральною метрикою на одиничному дотичному розшаруванні. Практичним значенням отриманих результатів є доповнення наявних результатів з геометрії розшарованих просторів.

2. The thesis is devoted to the study of metrics of bundles, their properties, and their generalizations to a broader class of metrics that lead to different geometries in the fibers and the entire tangent bundle. The standard metric on the tangent bundle is the Sasaki metric, whose geometric properties are well known. However, in general, the Sasaki metric possesses only the properties of a general Riemannian metric since, on the fibers, it coincides with the metric of the base manifold. Nevertheless, one can generalize the Sasaki metric definition allowing the fiber metric to be different from the base one. The main question, which has been and continues to be studied by many renowned mathematicians, is: to what extent the new fiber-wise metric changes the geometry of the tangent

bundle? The aim of the study is to identify the dependence of the geometric properties of general vector bundles on the metric of the bundle, as well as to establish the relationship between the properties of the base manifold and the fibers of a general bundle. Additionally, the study explores the geometric properties of sections of a general bundle for different types of generalized metrics. The object of the study is the geometric properties of tangent bundles of Riemannian manifolds and their sections with various deformations of the Sasaki metric. The subjects of the study are generalizations of the Sasaki metric, geodesic lines of the tangent bundle, properties of the Sasakian manifold, as well as harmonic, minimal, and totally geodesic vector fields. The objectives of the study are: 1) generalization of the cigar soliton metric to the tangent bundle; 2) investigation of geodesic lines in the tangent bundle with a fiberwise cigar soliton metric; 3) study of harmonic unit vector fields on the unit tangent bundle with a twisted Sasaki metric; 4) classification of left-invariant harmonic unit vector fields that define harmonic maps in the case of a vertical rescaled metric on the unit tangent bundle; 5) derivation of the expression for the second fundamental form of a submanifold defined by a unit vector field in the unit tangent bundle of a Riemannian manifold with a g-natural metric; 6) determination of the conditions under which a map defined by a unit vector field in the unit tangent bundle of a Riemannian manifold with a g-natural metric can be totally geodesic. The study employs methods of differential geometry, Riemannian geometry, differential equations, mathematical analysis, linear algebra, group theory, and Lie algebras. Section 1 of the thesis is devoted to fundamental concepts in the geometry of bundles, as well as a literature review. It provides basic information on the geometry of the tangent bundle and the unit tangent bundle, contact manifolds, the Sasaki metric, and vector fields on a Riemannian manifold as maps and submanifolds. An overview of concepts such as harmonicity, minimality, and totally geodesicity of vector fields and maps is also given. Section 2 of the thesis is devoted to the generalization of Richard Hamilton's cigar soliton metric as a deformation of the Sasaki metric on the tangent bundle of a Riemannian manifold. In the thesis, for the first time, a generalization of the Hamiltonian cigar soliton metric, which is a two-dimensional manifold, was studied as a metric on the tangent bundle. The concept of "fiberwise cigar soliton deformation of the Sasaki metric" (or "fiberwise Hamiltonian cigar soliton metric") was introduced for the first time, and the geodesic lines of the tangent bundle with this metric were investigated. Section 3 of the thesis is devoted to the study of harmonic unit vector fields on the unit tangent bundle with the twisted Sasaki metric. In the thesis, for the first time, deformations preserving the existence of harmonic left-invariant unit vector fields on three-dimensional unimodular Lie groups with a left-invariant metric and harmonic maps defined by a unit vector field in the case of the twisted Sasaki metric on the unit tangent bundle were described. Additionally, such vector fields and maps were classified for the first time in the case of the vertical rescaled metric. Section 4 of the thesis is devoted to studying the case when a non-parallel unit vector field on a Riemannian manifold defines an isometric immersion with the Riemannian g-natural metric on the unit tangent bundle. In the thesis, the total geodesicity of non-parallel unit vector fields defining an isometric embedding on a K-contact metric manifold with a g-natural metric on the unit tangent bundle was studied for the first time. Additionally, for the first time, an expression for the second fundamental form of the map defined by a unit vector field on a Riemannian manifold with a g-natural metric on the unit tangent bundle was obtained. The practical significance of the obtained results lies in complementing the existing findings in the geometry of bundles.

Державний реєстраційний номер ДіР:

Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки: Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку суспільства і держави

Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності: Не застосовується

Підсумки дослідження: Теоретичне узагальнення і вирішення важливої наукової проблеми

Публікації:

- L. Lotarets. Geodesics of fiberwise cigar soliton deformation of the Sasaki metric. Turkish Journal of Mathematics, 46:130–144, 2022. DOI: 10.3906/mat-2107-99
- L. Lotarets. Twisted Sasaki metric on the unit tangent bundle and harmonicity. Turkish Journal of Mathematics, 48:123–143, 2024. DOI: 10.55730/1300-0098.3498
- L. Lotarets. A characteristic property of Sasakian manifolds. Proceedings of the International Geometry Center, 17(3):218–231, 2024. DOI: 10.15673/pigc.v17i3.2866

Наукова (науково-технічна) продукція:

Соціально-економічна спрямованість:

Охоронні документи на ОПІВ:

Впровадження результатів дисертації: Планується до впровадження

Зв'язок з науковими темами:

VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Ямпольський Олександр Леонідович
2. Oleksandr Yampolskiy

Кваліфікація: д. ф.-м. н., професор, 01.01.04

Ідентифікатор ORCHID ID: 0000-0002-7215-3669

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Код за ЄДРПОУ: 02071205

Місцезнаходження: майдан Свободи, 4, Харків, Харківський р-н., 61022, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

Сектор науки: Університетський

VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів

Офіційні опоненти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Кіосак Володимир Анатолійович
2. Volodymyr Kiosak

Кваліфікація: д. ф.-м. н., професор, 01.01.04

Ідентифікатор ORCHID ID: 0000-0002-7433-6709

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Одеський національний університет імені І. І. Мечникова

Код за ЄДРПОУ: 02071091

Місцезнаходження: вул. Дворянська, буд. 2, Одеса, 65082, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

Сектор науки: Університетський

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Савченко Олександр Григорович
2. Oleksandr Savchenko

Кваліфікація: д. ф.-м. н., професор, 01.01.04

Ідентифікатор ORCHID ID: 0000-0003-4687-5542

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Херсонський державний університет

Код за ЄДРПОУ: 02125609

Місцезнаходження: вул. Університетська, буд. 27, Херсон, 73003, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

Сектор науки: Університетський

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Пришляк Олександр Олегович
2. Oleksandr Pryshliak

Кваліфікація: д. ф.-м. н., професор, 01.01.04

Ідентифікатор ORCHID ID: 0000-0002-7164-807X

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Код за ЄДРПОУ: 02070944

Місцезнаходження: вул. Володимирська, буд. 60, Київ, 01033, Україна

Форма власності:

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

Сектор науки: Університетський

Рецензенти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Заварзіна Олеся Олегівна
2. Olesia Zavarzina

Кваліфікація: д.філософ, доц., 111

Ідентифікатор ORCHID ID: 0000-0002-5731-6343

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Код за ЄДРПОУ: 02071205

Місцезнаходження: майдан Свободи, 4, Харків, Харківський р-н., 61022, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

Сектор науки: Університетський

VIII. Заключні відомості

Власне Прізвище Ім'я По-батькові голови ради	Ігнатович Світлана Юріївна
Власне Прізвище Ім'я По-батькові головуючого на засіданні	Ігнатович Світлана Юріївна
Відповідальний за підготовку облікових документів	Шевченко Андрій Олександрович
Реєстратор	УкрІНТЕІ

Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є відповідальним за реєстрацію наукової діяльності

Юрченко Тетяна Анатоліївна