

# Облікова картка дисертації

## I. Загальні відомості

**Державний обліковий номер:** 0820U100606

**Особливі позначки:** відкрита

**Дата реєстрації:** 24-12-2020

**Статус:** Захищена

**Реквізити наказу МОН / наказу закладу:**



## II. Відомості про здобувача

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Вережак Ганна Петрівна

2. Verezhak Anna

**Кваліфікація:**

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Вид дисертації:** доктор філософії

**Аспірантура/Докторантура:** так

**Шифр наукової спеціальності:** 113

**Назва наукової спеціальності:** Математика та статистика. Прикладна математика

**Галузь / галузі знань:**

**Освітньо-наукова програма зі спеціальності:** Не застосовується

**Дата захисту:** 17-12-2020

**Спеціальність за освітою:** Математика

**Місце роботи здобувача:** Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

**Код за ЄДРПОУ:** 02071240

**Місцезнаходження:** вул. Коцюбинського, буд. 2, м. Чернівці, Чернівецька обл., 58012, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

### **III. Відомості про організацію, де відбувся захист**

**Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради):** ДФ 76.051.004

**Повне найменування юридичної особи:** Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

**Код за ЄДРПОУ:** 02071240

**Місцезнаходження:** вул. Коцюбинського, буд. 2, м. Чернівці, Чернівецька обл., 58012, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

### **IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію**

**Повне найменування юридичної особи:** Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

**Код за ЄДРПОУ:** 02071240

**Місцезнаходження:** вул. Коцюбинського, буд. 2, м. Чернівці, Чернівецька обл., 58012, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

### **V. Відомості про дисертацію**

**Мова дисертації:**

**Коди тематичних рубрик:** 27.31.17

**Тема дисертації:**

1. Нелокальна багатоточкова за часом задача для еволюційних псевдодиференціальних рівнянь у просторах типу S.

2. Nonlocal Multipoint in Time Problem for Evolutionary Pseudodifferential Equations in Spaces of the Type S.

**Реферат:**

1. Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел. У вступі обґрунтовано актуальність теми дослідження, сформульовано мету, завдання, предмет, об'єкт та методи дослідження, наведено наукову новизну, практичне значення отриманих результатів, зв'язок роботи з науковими темами та особистий внесок здобувача, а також вказано, де апробовані та опубліковані основні результати. У розділі 1 наведено огляд праць, які мають відношення до результатів, наведених у дисертації, є близькими за змістом і методами досліджень. У другому розділі дається короткий огляд результатів дисертації та описано методи, якими вони отримуються. У розділі 3, який складається з чотирьох підрозділів, встановлюється коректна розв'язність нелокальної багатоточкової за часом задачі для еволюційного рівняння з псевдодиференціальним оператором, який діє в узагальнених просторах типу S і символом якого

є ціла функція, що задовольняє певну умову – аналог умови параболічності для рівнянь з частинними похідними. Наведено певні допоміжні факти, які стосуються топологічної структури узагальнених просторів типу  $S$ , властивостей функцій та основних операцій (підрозділ 3.1). У підрозділі 3.2 наведено результати, які стосуються структури та властивостей фундаментального розв'язку нелокальної багатоточкової за часом задачі для зазначеного рівняння, доведено коректну розв'язність такої задачі у випадку, коли початкова функція є елементом простору узагальнених функцій типу  $S'$ , дається зображення розв'язку у вигляді згортки фундаментального розв'язку з початковою функцією. Вивчено питання про стабілізацію до нуля розв'язку нелокальної багатоточкової за часом задачі в просторі узагальнених функцій типу  $S'$ , а також рівномірної стабілізації до нуля на  $R$  такого розв'язку (підрозділ 3.3). У підрозділі 3.4 отримані результати, аналогічні сформульованим раніше у випадку, коли псевдодиференціальний оператор в еволюційному рівнянні діє в просторі  $S_{1-\alpha}^\alpha$ , де  $\alpha \in (0,1)$  – фіксований параметр. У розділі 4 доведено коректну розв'язність нелокальної багатоточкової за часом задачі для диференціально-операторного рівняння другого порядку з гармонійним осцилятором та функціями від такого оператора у випадку, коли початкова функція є елементом простору узагальнених функцій типу  $S'$  і ототожнюється з певним формальним рядом Фур'є-Ерміта. Наведено означення просторів основних та узагальнених елементів, пов'язаних з невід'ємним самоспряженим оператором, описується їх топологічна структура, даються основні поняття та означення, пов'язані з функціями Ерміта та формальними рядами Фур'є-Ерміта (підрозділи 4.1, 4.2). Підрозділ 4.3 стосується операційного числення, пов'язаного з гармонійним осцилятором. Основний результат складає теорема про коректну розв'язність нелокальної багатоточкової за часом задачі для еволюційного рівняння другого порядку з оператором  $\varphi(A)$ , де  $\varphi(A)$  – ціла функція від гармонійного осцилятора за умови, що початкова функція є елементом простору узагальнених функцій типу  $S'$  (підрозділ 4.4). У розділі 5 досліджено нелокальну багатоточкову за часом задачу для еволюційного рівняння з оператором Бесселя нескінченного порядку, який діє в узагальнених просторах типу  $S$ . У підрозділі 5.1 встановлені властивості перетворення Бесселя основних та узагальнених просторів типу  $S$  та типу  $S'$ , згорток, згортувачів та мультиплікаторів. Доведено коректну розв'язність нелокальної багатоточкової за часом задачі для зазначеного еволюційного рівняння, досліджено властивості фундаментального розв'язку такої задачі, дається зображення розв'язку у вигляді згортки фундаментального розв'язку з початковою функцією, яка є елементом простору узагальнених функцій типу  $S'$  (підрозділи 5.2, 5.3). Досліджено властивості розв'язку нелокальної багатоточкової за часом задачі для одного модельного еволюційного рівняння, яке містить степінь оператора Бесселя (підрозділ 5.4). Практичне значення отриманих результатів. Результати дисертаційної роботи мають теоретичний характер і можуть знайти застосування в теорії параболічних псевдодиференціальних рівнянь, сингулярних параболічних рівнянь, математичній фізиці, теорії узагальнених функцій. Ключові слова: псевдодиференціальний оператор, оператор Бесселя, еволюційне псевдодиференціальне рівняння, нелокальна багатоточкова за часом задача, простори типу  $S$ , узагальнена функція, невід'ємний самоспряжений оператор.

2. The thesis consists of an introduction, five chapters, conclusions and bibliography. The introduction substantiates the relevance of the research topic, the objectives of the research, necessary task, the specific topic, subject area and research methodology are formulated, the scientific novelty, practical value of the obtained results, the connection with scientific topics and personal contribution of the author are explained. Also, it is indicated where the main results are reported, discussed and published. Chapter 1 gives an overview of the literature related to the topic of the dissertation and close in content and research methods. Chapter 2 gives a brief overview of the dissertation results and describes the methods by which they are obtained. In chapter 3, which consists of four sections, a correct solvability of a nonlocal multipoint in time problem is set for an evolution equation with a pseudo-differential operator that operates in generalized spaces of the type  $S$  and whose symbol is an integer function satisfying a certain condition – analogue of the parabolic condition for partial differential equations. Section 3.1 presents certain additional facts concerning the topological structure of generalized spaces of the type  $S$ , the properties of functions and the basic operations. Section 3.2 describes the results relating to the structure and the properties of the fundamental solution of a nonlocal multipoint in time problem for a given

equation. The correct solvability of such problem is proved in case when the initial function is an element of the space of generalized functions of the type  $S'$ . An image of the solution is given in the form of a convolution of the fundamental solution with the initial function. Section 3.3 studies a stabilization to zero of the solution of a nonlocal multipoint in time problem in the space of generalized functions of the type  $S''$ , as well as an equilibrium stabilization to zero on  $R$  of this solution. In section 3.4, the results, similar to those formulated earlier, are obtained in case when the pseudodifferential operator in the evolution equation operates in the space  $S^{\alpha}_{1-\alpha}$ , where  $\alpha \in (0, 1)$  is a fixed parameter. In section 4, the correct solvability of a nonlocal multipoint in time problem is proved for a second-order differential-operator equation with a harmonic oscillator and functions from such an operator in case when the initial function is an element of the space of generalized functions of the type  $S'$  and is identified with a certain formal Fourier-Hermite series. Section 4.1 contains the definitions of the spaces of the test and generalized elements associated with the non-negative self-adjoint operator. Their topological structure is described. Section 4.2 presents the basic concepts and definitions relating to the Hermite functions and the formal Fourier-Hermite series. Section 4.3 relates to an operational calculus associated with a harmonic oscillator. The main result of section 4.4 is the theorem on the correct solvability of a nonlocal multipoint in time problem for a second-order evolution equation with an operator  $\varphi(A)$ , where  $\varphi(A)$  is an integer function on the harmonic oscillator, provided that the initial function is an element of the space of generalized functions of the type  $S'$ . In chapter 5, a nonlocal multipoint in time problem is studied for an evolution equation with the Bessel operator of infinite order which operates in generalized spaces of the type  $S$ . In section 5.1, the properties of the Bessel transform of the main and generalized spaces of the types  $S$  and  $S'$ , convolutions, convolvers and multipliers are set. In sections 5.2 and 5.3, the correct solvability of a nonlocal multipoint in time problem for a given evolution equation is proved, the properties of the fundamental solution of such problem are investigated, and an image of a solution is given in the form of a convolution of the fundamental solution with the initial function, which is an element of the space of generalized functions of the type  $S'$ . In section 5.4, the properties of the solution of a nonlocal multipoint in time problem are investigated for a model evolution equation that contains the power of the Bessel operator. The practical value of the obtained results. The dissertation results are theoretical and can be applied in the theory of parabolic pseudodifferential equations, singular parabolic equations, mathematical physics, the theory of generalized functions. Keywords: pseudodifferential operator, Bessel operator, evolutionary pseudodifferential equation, nonlocal multipoint in time problem, spaces of the type  $S$ , generalized function, non-negative self-adjoint operator.

**Державний реєстраційний номер ДіР:**

**Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки:**

**Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності:**

**Підсумки дослідження:**

**Публікації:**

**Наукова (науково-технічна) продукція:**

**Соціально-економічна спрямованість:**

**Охоронні документи на ОПВ:**

**Впровадження результатів дисертації:**

**Зв'язок з науковими темами:**

**VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Городецький Василь Васильович
2. Gorodetskii Vasyl

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., 01.01.02**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується**Додаткова інформація:****Повне найменування юридичної особи:****Код за ЄДРПОУ:****Місцезнаходження:****Форма власності:****Сфера управління:****Ідентифікатор ROR:** Не застосовується**VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів****Офіційні опоненти****Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Лопушанська Галина Петрівна
2. Lopushanska Halyna

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., 01.01.02**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується**Додаткова інформація:****Повне найменування юридичної особи:****Код за ЄДРПОУ:****Місцезнаходження:****Форма власності:****Сфера управління:****Ідентифікатор ROR:** Не застосовується**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Конет Іван Михайлович
2. Konet Ivan

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., 01.01.02**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується**Додаткова інформація:****Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

### **Рецензенти**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Дрінь Ярослав Михайлович

2. Drin Yaroslav

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., 01.01.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Колісник Руслана Степанівна

2. Kolisnyk Ruslana

**Кваліфікація:** к. ф.-м. н., 01.01.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

## **VIII. Заключні відомості**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові  
голови ради**

Бігун Ярослав Йосипович

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові  
головуючого на засіданні**

Бігун Ярослав Йосипович

**Відповідальний за підготовку  
облікових документів**

**Реєстратор**

**Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є  
відповідальним за реєстрацію наукової  
діяльності**



Юрченко Т.А.