

# Облікова картка дисертації

## I. Загальні відомості

Державний обліковий номер: 0824U001332

Особливі позначки: відкрита

Дата реєстрації: 22-03-2024

Статус: Запланована

Реквізити наказу МОН / наказу закладу:



## II. Відомості про здобувача

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Скрябіна Анна Вікторівна

2. Anna V. Skryabina

Кваліфікація: викладач

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Вид дисертації: доктор філософії

Аспірантура/Докторантура: так

Шифр наукової спеціальності: 113

Назва наукової спеціальності: Прикладна математика

Галузь / галузі знань: математика та статистика

Освітньо-наукова програма зі спеціальності: 113 Прикладна математика

Дата захисту: 06-03-2024

Спеціальність за освітою: «Математика»

Місце роботи здобувача: Запорізький національний університет

Код за ЄДРПОУ: 02125243

Місцезнаходження: вул. Жуковського, буд. 66, Запоріжжя, Запорізький р-н., 69600, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

### **III. Відомості про організацію, де відбувся захист**

**Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради):** ДФ 17.051.090

**Повне найменування юридичної особи:** Запорізький національний університет

**Код за ЄДРПОУ:** 02125243

**Місцезнаходження:** вул. Жуковського, буд. 66, Запоріжжя, Запорізький р-н., 69600, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:**

### **IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію**

**Повне найменування юридичної особи:** Запорізький національний університет

**Код за ЄДРПОУ:** 02125243

**Місцезнаходження:** вул. Жуковського, буд. 66, Запоріжжя, Запорізький р-н., 69600, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:**

### **V. Відомості про дисертацію**

**Мова дисертації:** Українська

**Коди тематичних рубрик:** 27.45

**Тема дисертації:**

1. МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ПІДРАХУНКУ ТА ПЕРЕРАХУВАННЯ ТОПОЛОГІЙ НА СКІНЧЕННІЙ МНОЖИНІ
2. SIMULATION OF COMPUTATION PROBLEMS AND COMPUTATION OF TOPOLOGIES ON A FINITE SET

**Реферат:**

1. Дослідження топологічної структури на скінченній множині передбачає розв'язання задач підрахунку та перерахування топологій. Для цього топології моделюють графами, матрицями, булевими функціями, впорядкованими наборами невід'ємних цілих чисел, які визначають мінімальні околиці елементів заданої скінченної множини - векторами топологій. Теорія топологій на скінченних множинах має багато застосувань. В теорії графів задача перерахування топологій на скінченних множинах еквівалентна задачі перерахування транзитивних орієнтованих графів, в алгебраїчній топології вона зводиться до перерахування гомотопічних типів скінченних множин. В хімії топологічну структуру на скінченних множинах використовують для аналізу молекулярних структур, в теорії розпізнавання образів - для цифрової обробки зображень на основі скінченних наборів спостережень з метою отримання інформації про вміст зображення на основі поняття близькості точок. Питання про загальну кількість негомеоморфних топологій, а також про кількість всіх топологій на  $n$ -елементній множині залишається відкритим. При розв'язанні задач перерахування та підрахунку топологій виключну роль відіграють То-топології. За умови, що топологія має

m відкритих множин, говорять, що вона належить до m-класу (або має вагу m). Використання вектора топології дозволило дослідити всі To-топології з вагою  $m > 2^{(n-1)}$ , які називаються близькими до дискретної топології. В дисертаційній роботі використовується представлення топології вектором, а також зв'язок між топологіями на n-елементній та (n-1)-елементній множині, який описано за допомогою відношення узгодженості топологій. Перераховано вектори всіх To-топологій з вагою  $2^{(n-2)} < m \leq 2^{(n-1)}$  на n-елементній множині, які є узгодженими з близькими до дискретної топологіями на (n-1)-елементній множині. Серед них To-топології з вагою  $2^{(n-2)} < m < 5 \cdot 2^{(n-4)}$  досліджено вперше. У роботах Stanley 1971 р. і Kolli 2007 р. та 2014 р. знайдено кількість To-топологій на n-елементній множині з вагою  $k \geq 7 \cdot 2^{(n-4)}$ ,  $k \geq 3 \cdot 2^{(n-3)}$  та  $k \geq 5 \cdot 2^{(n-4)}$ . Порівняння отриманих в дисертації результатів із зазначеними вище результатами дало можливість перерахувати класи топологій, в яких всі топології є узгодженими з близькими до дискретної топологіями, а також довести існування класів топологій з вагою  $m \in [5 \cdot 2^{(n-4)}, 13 \cdot 2^{(n-5)})$ , які не вичерпуються To-топологіями, узгодженими з близькими до дискретної на (n-1)-елементній множині, та двоїстими до них. Досліджено структуру топологій на n-елементній множині, які не узгоджені з топологіями, близькими до дискретної на (n-1)-елементній множині, та знайдено вектори таких топологій. При моделюванні топологій булевими функціями кожній To-топології ставиться у відповідність кон'юнктивна нормальна форма спеціального вигляду. В дисертаційній роботі введено нове поняття – максимальної 2-КНФ булевої функції, яка визначає топологію на скінченній множині. Доведено існування бієкції між множиною топологій на n-елементній множині та множиною максимальних 2-КНФ від n змінних. Розроблено метод розпізнавання взаємно двоїстих та само двоїстих To-топологій, що важливо для підрахунку кількості To-топологій із заданою вагою. Розділ 1 присвячено аналізу публікацій, пов'язаних з темою дисертації. Зазначено, що задача перерахування та підрахунку топологій на скінченній множині виникла як задача теорії графів і що перші результати дослідження цієї задачі пов'язані з використанням графів. Вказано на те, що дослідження топологій на скінченній множині має особливості, оскільки така топологічна структура є дискретною, і що дослідження цієї структури тісно пов'язане з теоріями частково впорядкованих множин, булевих функцій, гомотопічної топології. В цьому ж розділі відзначена особлива роль To-топологій для задачі підрахунку всіх топологій на довільній скінченній множині. У розділі 2 проаналізовано опубліковані результати, пов'язані з темою дисертаційного дослідження, а також представлені результати, отримані в дисертації. Особлива увага приділена опису методів та моделей для представлення топологій, оцінці їх переваг та недоліків...

2. The study of the topological structure on a finite set involves solving the problems of counting and enumerating topologies. For this purpose, topologies are modeled by graphs, matrices, Boolean functions, ordered sets of non-negative integers, which determine the minimal neighborhoods of the elements of a given finite set - vectors of topologies. The theory of topologies on finite sets has many applications. In graph theory, the task of enumerating topologies on finite sets is equivalent to the task of enumerating transitive directed graphs, in algebraic topology it is reduced to enumerating homotopy types of finite sets. In chemistry, the topological structure on finite sets is used for the analysis of molecular structures, in the theory of pattern recognition - for digital image processing based on finite sets of observations in order to obtain information about the content of the image based on the concept of proximity of points. The question of the total number of non-homeomorphic topologies, as well as the number of all topologies on an n-element set, remains open. To-topologies play an exclusive role in solving problems of enumeration and counting of topologies. Provided that a topology has m open sets, it is said to belong to the m-class (or has weight m). The use of the topology vector made it possible to investigate all To-topologies with weight  $m > 2^{(n-1)}$ , which are called close to discrete topology. The dissertation uses the representation of topology by a vector, as well as the relationship between topologies on n-element and (n-1)-element sets, which is described using the topology consistency relation. The vectors of all To-topologies with weight  $2^{(n-2)} < m \leq 2^{(n-1)}$  on the n-element set, which are consistent with close to discrete topologies on the (n-1)-element set, are listed. Among them, To-topologies with weight  $2^{(n-2)} < m < 5 \cdot 2^{(n-4)}$  were investigated for the first time. In the works of Stanley in 1971 and Kolli in 2007 and 2014, the number of To-topologies on the n-elements of the set with weights  $k \geq 7 \cdot 2^{(n-4)}$ ,  $k \geq 3 \cdot 2^{(n-3)}$  was found and  $k \geq 5 \cdot 2^{(n-4)}$ . Comparison of the results obtained in the dissertation with the above-mentioned results made it possible to list the classes of topologies in which all topologies are consistent

with topologies close to discrete, as well as to prove the existence of classes of topologies with weight  $m \in [5n^2^{(n-4)}, 13n^2^{(n-5)})$ , which are not exhausted by  $T_0$ -topologies consistent with those close to discrete on the  $(n-1)$ -element set, and dual to them. The structure of the topologies on the  $n$ -element set, which are not consistent with the topologies close to the discrete one on the  $(n-1)$ -element set, was studied, and the vectors of such topologies were found. When modeling topologies with Boolean functions, a conjunctive normal form of a special form is assigned to each  $T_0$ -topology. In the dissertation, a new concept was introduced - the maximal 2-KNF Boolean function, which defines the topology on a finite set. The existence of a bijection between a set of topologies on an  $n$ -element set and a set of maximal 2-KNF of  $n$  variables is proved. A method for recognizing mutually dual and self-dual  $T_0$ -topologies has been developed, which is important for counting the number of  $T_0$ -topologies with a given weight. Chapter 1 is devoted to the analysis of publications related to the topic of the dissertation. It is noted that the problem of enumerating and counting topologies on a finite set arose as a problem of graph theory and that the first results of the research of this problem are related to the use of graphs. It is pointed out that the study of topologies on a finite set has peculiarities, since such a topological structure is discrete, and that the study of this structure is closely related to the theories of partially ordered sets, Boolean functions, and homotopy topology. In the same section, the special role of  $T_0$ -topologies for the problem of counting all topologies on an arbitrary finite set is noted. Chapter 2 analyzes the published results related to the topic of the dissertation research and presents the results obtained in the dissertation. Special attention is paid to the description of methods and models for representing topologies, to the assessment of their advantages and disadvantages...

**Державний реєстраційний номер ДіР:**

**Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки:** Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку суспільства і держави

**Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності:** Не застосовується

**Підсумки дослідження:** Теоретичне узагальнення і вирішення важливої наукової проблеми

**Публікації:**

- Стеганцева П.Г., Скрыбина А.В. Топологии на  $n$ -элементной множине, узгоджені з топологиями близькими до дискретних на  $(n-1)$ -элементной множине. Український математичний журнал. Т. 73, №. 2. 2021, с. 238-248.
- Anna Skryabina, Polina Stegantseva, Nadia Bashova. The properties of 2-CNF of the mutually dual and self-dual  $T_0$ -topologies on the finite set and the calculation of  $T_0$ -topologies of a certain weight. Proceedings of the International Geometry Center. Vol. 15, No. 1 (2022) P. 76-86.
- Скрыбина А. В., Стеганцева П. Г. Застосування різних моделей для дослідження топологій на скінченних множинах. Computer Science and Applied Mathematics. 2023. № 1. С. 58-63.

**Наукова (науково-технічна) продукція:**

**Соціально-економічна спрямованість:**

**Охоронні документи на ОПВ:**

**Впровадження результатів дисертації:** Впроваджено

**Зв'язок з науковими темами:**

**VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Стеганпева Поліна Георгіївна
2. Polina G. Steganpeva

**Кваліфікація:** к. ф.-м. н., доц., 01.01.04**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується**Додаткова інформація:****Повне найменування юридичної особи:** Запорізький національний університет**Код за ЄДРПОУ:** 02125243**Місцезнаходження:** вул. Жуковського, буд. 66, Запоріжжя, Запорізький р-н., 69600, Україна**Форма власності:** Державна**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України**Ідентифікатор ROR:****VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів****Офіційні опоненти****Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Максименко Сергій Іванович
2. Serhiy I. Maksimenko

**Кваліфікація:** д.ф.-м.н., професор, член-кор. НАН України, 01.01.04**Ідентифікатор ORCID ID:** 0000-0002-0062-5188**Додаткова інформація:****Повне найменування юридичної особи:** Інститут математики Національної академії наук України**Код за ЄДРПОУ:** 05417207**Місцезнаходження:** вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01601, Україна**Форма власності:** Державна**Сфера управління:** Національна академія наук України**Ідентифікатор ROR:****Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Банах Тарас Онупрійович
2. Taras O. Banakh

**Кваліфікація:** д. ф.-м. н., професор, 01.01.01, 01.01.04**Ідентифікатор ORCID ID:** 0000-0001-6710-4611**Додаткова інформація:** Scopus Author ID: 6701315535; Web of Science Researcher ID: F-6219-2019;  
<https://scholar.google.com/citations?hl=uk&user=s9Zz7X8AAAAJ>

**Повне найменування юридичної особи:** Львівський національний університет імені Івана Франка

**Код за ЄДРПОУ:** 02070987

**Місцезнаходження:** вул. Університетська, буд. 1, Львів, 79000, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:**

### **Рецензенти**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Козін Ігор Вікторович

2. Igor V. Kozin

**Кваліфікація:** д.н, професор, 01.05.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** 0000-0003-1278-8520

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:** Запорізький національний університет

**Код за ЄДРПОУ:** 02125243

**Місцезнаходження:** вул. Жуковського, буд. 66, Запоріжжя, Запорізький р-н., 69600, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Максишко Наталія Костянтинівна

2. Nataliya K. Maksyshko

**Кваліфікація:** д.н, професор, 08.00.11

**Ідентифікатор ORCID ID:** 0000-0002-0473-7195

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:** Запорізький національний університет

**Код за ЄДРПОУ:** 02125243

**Місцезнаходження:** вул. Жуковського, буд. 66, Запоріжжя, Запорізький р-н., 69600, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:**

## **VIII. Заключні відомості**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові  
голови ради**

Гоменюк Сергій Іванович

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові  
головуючого на засіданні**

Гоменюк Сергій Іванович

**Відповідальний за підготовку  
облікових документів**

Дребезов Денис Олегович

**Реєстратор**

УкрІНТЕІ

**Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є  
відповідальним за реєстрацію наукової  
діяльності**



Юрченко Тетяна Анатоліївна