

Облікова картка дисертації

I. Загальні відомості

Державний обліковий номер: 0825U001844

Особливі позначки: відкрита

Дата реєстрації: 21-05-2025

Статус: Наказ про видачу диплома

Реквізити наказу МОН / наказу закладу: Наказ ХНУ імені В. Н. Каразіна № 0302-Зк/1188 від 16.07.2025 р.



II. Відомості про здобувача

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Андреева Дар'я Миколаївна

2. Daria Andreieva

Кваліфікація:

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0002-1767-5392

Вид дисертації: доктор філософії

Аспірантура/Докторантура: так

Шифр наукової спеціальності: 113

Назва наукової спеціальності: Прикладна математика

Галузь / галузі знань: математика та статистика

Освітньо-наукова програма зі спеціальності: Прикладна математика

Дата захисту: 30-06-2025

Спеціальність за освітою: Прикладна математика

Місце роботи здобувача:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

III. Відомості про організацію, де відбувся захист

Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради): PhD 8835

Повне найменування юридичної особи: Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Код за ЄДРПОУ: 02071205

Місцезнаходження: майдан Свободи, 4, Харків, Харківський р-н., 61022, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію

Повне найменування юридичної особи: Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Код за ЄДРПОУ: 02071205

Місцезнаходження: майдан Свободи, 4, Харків, Харківський р-н., 61022, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

V. Відомості про дисертацію

Мова дисертації: Українська

Коди тематичних рубрик: 27.23.23, 27.37.17

Тема дисертації:

1. Побудова та аналіз однорідних апроксимацій нелінійних керованих систем
2. Construction and analysis of homogeneous approximations of nonlinear control systems

Реферат:

1. Дисертаційну роботу присвячено дослідженню нелінійних систем, що є лінійними за керуванням, з одновимірним і багатовимірним виходом та їхніх однорідних апроксимацій. Перший розділ дисертаційної роботи присвячений огляду відомих результатів з теорії нелінійних керованих систем, які є основою для подальших досліджень. Другий розділ присвячений дослідженню систем з одновимірним виходом, зокрема, знаходженню однорідної апроксимації мінімальної реалізації ряду. Вводяться та обговорюються ряди ітерованих інтегралів, які представляють системи з виходом, і досліджуються мінімальні реалізації реалізованих рядів. Отриманий такий класифікаційний результат: будь-яка градуйована підалгебра Лі скінченної корозмірності є кореневою підалгеброю Лі мінімальної реалізації деякого одновимірного ряду, а розмірність цієї реалізації дорівнює корозмірності підалгебри Лі. Доведення конструктивне: показано, як побудувати відповідний ряд. Третій розділ присвячений однорідній апроксимації одновимірних рядів ітерованих інтегралів і задачі швидкодії для систем з одновимірним виходом. Спочатку досліджуються однорідні ряди і їх мінімальні реалізації; це включає аналіз кореневих підалгебр Лі мінімальних реалізацій та

відповідних лівих ідеалів. Зокрема, наведений спосіб побудови відповідного лівого ідеалу як максимального (у сенсі включення) лівого ідеалу, ортогонального однорідному ряду. Далі вводиться поняття однорідної апроксимації одновимірного ряду: однорідною апроксимацією називається сума членів мінімального порядку. Досліджено зв'язок алгебраїчних властивостей вихідного ряду і його однорідної апроксимації, зокрема, зв'язок між їх кореневими підалгебрами L_i , а також наводиться класифікація таких пар підалгебр L_i . Крім того, у розділі 3 досліджено задачу швидкодії для однорідних рядів або, що те ж саме, однорідних систем з однорідним одновимірним виходом, запропоновано метод визначення мінімального часу досягнення заданого стану системи за допомогою аналізу відповідного функціоналу на множині допустимих керувань. Далі досліджено апроксимацію в сенсі швидкодії. Доведено, що коли значення виходу прямує до нуля, оптимальний час для вихідної системи та оптимальний час для її однорідної апроксимації асимптотично еквівалентні. Крім того, доведено, що за певних умов оптимальні керування однорідної апроксимації наближають оптимальні керування вихідної системи. Це підтверджує ефективність однорідної апроксимації при розв'язанні задач керування динамічними системами. Нарешті, задача оптимальної швидкодії для однорідного одновимірного ряду розглядається як задача оптимізації у нескінченновимірному просторі, що дозволяє запропонувати інший шлях розв'язання задачі швидкодії. Четвертий розділ присвячено розвиненню отриманих результатів на випадок реалізованих рядів довільної розмірності або, що те ж саме, систем з багатовимірним виходом. Розглядаються формальні ряди з векторними коефіцієнтами. Спочатку вводиться поняття мінімальної частини ряду і формальної функції, що визначена за допомоги тасуючого добутку. Доведено, що лівий ідеал, який відповідає ряду, ортогональний мінімальній частині будь-якої формальної функції від ряду. Вводиться поняття однорідної апроксимації ряду з коефіцієнтами довільної вимірності, яке узагальнює як випадок одновимірного виходу, так і випадок тривіального виходу; запропонований метод побудови однорідної апроксимації. Це визначення приводить до поняття алгебраїчної еквівалентності рядів: ми кажемо, що два ряди є алгебраїчно еквівалентними, якщо вони мають одну й ту саму однорідну апроксимацію. З іншого боку, якщо два ряди мають один і той самий максимальний лівий ідеал, вони називаються слабо алгебраїчно еквівалентними. Показано, що якщо два ряди алгебраїчно еквівалентні, то вони слабо алгебраїчно еквівалентні. Однак ряди можуть бути слабо алгебраїчно еквівалентними, але при цьому не бути алгебраїчно еквівалентними, що демонструють наведені приклади. Ключові слова: нелінійні керовані системи, системи з виходом, дійсно-аналітичні вектор-функції, ряди ітерованих інтегралів, формальні степеневі ряди, вільна асоціативна алгебра, дужки L_i , реалізованість, однорідна апроксимація, коренева підалгебра L_i , лівий ідеал, керованість, задача швидкодії, задача оптимізації, диференціальне рівняння.

2. The dissertation is devoted to the study of nonlinear systems that are linear in control with one-dimensional and multi-dimensional output and their homogeneous approximations. The first chapter of the dissertation provides a review of known results in the theory of nonlinear control systems, which serve as the foundation for further research. The second chapter focuses on the study of systems with a one-dimensional output, specifically on finding the homogeneous approximation of the minimal realization of a series. Series of iterated integrals that represent output systems are introduced and discussed, minimal realizations of realizable series are investigated. The following classification result is obtained: any graded Lie subalgebra of finite codimension is the core Lie subalgebra of the minimal realization of some one-dimensional series, and the dimension of this realization is equal to the codimension of the Lie subalgebra. The proof is constructive: we show how to build the corresponding series. The third chapter is dedicated to the homogeneous approximation of one-dimensional series of iterated integrals and the time-optimal control problem for systems with a one-dimensional output. First, homogeneous series and their minimal realizations are studied, including an analysis of core Lie subalgebras of minimal realizations and the corresponding left ideals. In particular, a method is presented for constructing the corresponding left ideal as the maximal (in terms of inclusion) left ideal orthogonal to the homogeneous series. Then, the concept of the homogeneous approximation of a one-dimensional series is introduced: the sum of terms of minimal order is called the homogeneous approximation of the series. The algebraic relationship between the original series and its homogeneous approximation is studied, in particular, the relationship between their core Lie

subalgebras, and the classification of such pairs of Lie subalgebras is given. Besides, in Chapter 3, the time-optimal control problem for homogeneous series, or equivalently, homogeneous systems with a homogeneous one-dimensional output is investigated; a method is proposed for determining the minimal time required to reach a given system state by analyzing an appropriate functional over the set of admissible controls. Then, approximation in the sense of time-optimal control is studied. It is shown that as the output value approaches zero, the optimal time for the original system and its homogeneous approximation become asymptotically equivalent. Moreover, it is proven that under certain conditions, the optimal controls of the homogeneous approximation closely approximate the optimal controls of the original system. This confirms the effectiveness of homogeneous approximation in solving control problems for dynamic systems. Finally, the time-optimal control problem for a homogeneous one-dimensional series is formulated as an optimization problem in an infinite-dimensional space; this allows us to propose an alternative approach to solving the time-optimal control problem. The fourth chapter is devoted to extending the obtained results to the case of realizable series of arbitrary dimension, or equivalently, systems with a multi-dimensional output. The chapter considers formal series with vector coefficients. First, we introduce the concept of the minimal part of a series and the concept of formal function defined using the shuffle product. It is proven that the left ideal corresponding to a series is orthogonal to the minimal part of any formal function of the series. The concept of the homogeneous approximation of a series with coefficients of arbitrary dimension is introduced, generalizing both the one-dimensional output case and the trivial output case; a method of finding the homogeneous approximation is proposed. This definition leads to the concept of algebraic equivalence of series: two series are said to be algebraically equivalent if they share the same homogeneous approximation. On the other hand, if two series share the same maximal left ideal, they are called weakly algebraically equivalent. It is shown that if two series are algebraically equivalent, then they are weakly algebraically equivalent. However, weakly algebraically equivalent series are not necessarily algebraically equivalent, as demonstrated by the examples. Key words: nonlinear control system, systems with output, real-analytic vector functions, series of iterated integrals, formal power series, free associative algebra, Lie brackets, realizability, homogeneous approximation, core Lie subalgebra, left ideal, controllability, time-optimal control problem, optimization problem, differential equation.

Державний реєстраційний номер ДіР:

Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки: Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку суспільства і держави

Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності: Розвиток сучасних інформаційних, комунікаційних технологій, робототехніки

Підсумки дослідження: Теоретичне узагальнення і вирішення важливої наукової проблеми

Публікації:

- Andreieva D.M., Ignatovich S.Yu. Homogeneous approximation of one-dimensional series of iterated integrals and time optimality. *Journal of Optimization, Differential Equations and their Applications*. 2023. Vol. 31, No 2. P. 1–23.
- Andreieva D. M., Ignatovich S.Yu. Homogeneous approximation for minimal realizations of series of iterated integrals. *Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University, Ser. Mathematics, Applied Mathematics and Mechanics*. 2022. Vol. 96. P. 23–39.
- D.M. Andreieva, S.Yu. Ignatovich. Homogeneous approximations of nonlinear control systems with output and weak algebraic equivalence. *Visnyk of V.N.Karazin Kharkiv National University, Ser. Mathematics, Applied Mathematics and Mechanics*, 2024, V. 99, P. 36–50.

- Andreieva D., Ignatovich S. Homogeneous approximations for control systems with output. 5-th International Conference «Differential Equations and Control Theory». Kharkiv, September 27-29, 2021. Book of abstracts, P. 9.
- Андреева Д. М. Апроксимація відображення «вхід-вихід». «Сучасні проблеми математики та її застосування в природничих науках та інформаційних технологіях: XVII Міжнародна науково-практична конференція студентів та молодих вчених». Харків, 12-13 травня 2023 року. Тези доповідей, С.22-24.
- Andreieva D., Ignatovich S. Homogeneous approximation of series of iterated integrals and time optimality. 6-th International Conference «Differential Equations and Control Theory». Kharkiv, October 11-13, 2023. Book of abstracts, P. 5.
- Андреева Д. М. Задача оптимальної швидкодії для одної однорідної керованої системи. Сучасні проблеми математики та її застосування в природничих науках та інформаційних технологіях: XVIII Міжнародна науково-практична конференція студентів та молодих вчених. Харків, 10-11 травня 2024 року. Тези доповідей, С. 29-30.

Наукова (науково-технічна) продукція: методи, теорії, гіпотези

Соціально-економічна спрямованість:

Охоронні документи на ОПВ:

Впровадження результатів дисертації: Планується до впровадження

Зв'язок з науковими темами: 0119U002530

VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Ігнатович Світлана Юріївна
2. Svitlana Ignatovych

Кваліфікація: д. ф.-м. н., доц., 01.01.01

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0003-2272-8644

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Код за ЄДРПОУ: 02071205

Місцезнаходження: майдан Свободи, 4, Харків, Харківський р-н., 61022, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів

Офіційні опоненти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Халіна Катерина Сергіївна

2. Kateryna Khalina

Кваліфікація: к. ф.-м. н., 01.01.02

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0002-9561-7382

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Фізико-технічний інститут низьких температур імені Б. І. Веркіна Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 03534601

Місцезнаходження: проспект Науки, буд. 47, Харків, Харківський р-н., 61103, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Зуєв Олександр Леонідович

2. Oleksandr Zuyev

Кваліфікація: д. ф.-м. н., професор, 01.02.01

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0002-7610-5621

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Інститут прикладної математики і механіки Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 05420675

Місцезнаходження: вул. Батюка, буд. 19, Слов'янськ, Краматорський р-н., 84116, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

Рецензенти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Бебія Максим Отарійович

2. Maksym Bebiia

Кваліфікація: к. ф.-м. н., 01.01.02

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0003-3241-5879

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Код за ЄДРПОУ: 02071205

Місцезнаходження: майдан Свободи, 4, Харків, Харківський р-н., 61022, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Півень Олексій Леонідович

2. Oleksii Piven'

Кваліфікація: к. ф.-м. н., 01.01.01

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0002-7977-7255

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Код за ЄДРПОУ: 02071205

Місцезнаходження: майдан Свободи, 4, Харків, Харківський р-н., 61022, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

VIII. Заключні відомості

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові
голови ради**

Фаворов Сергій Юрійович

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові
головуючого на засіданні**

Фаворов Сергій Юрійович

**Відповідальний за підготовку
облікових документів**

Шевченко Андрій Олександрович

Реєстратор

УкрІНТЕІ

**Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є
відповідальним за реєстрацію наукової
діяльності**



Юрченко Тетяна Анатоліївна