Облікова картка дисертації

I. Загальні відомості

Державний обліковий номер: 0824U003237

Особливі позначки: відкрита

Дата реєстрації: 16-10-2024

Статус: Захищена

Реквізити наказу МОН / наказу закладу:

II. Відомості про здобувача

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Вінніченко Олександра Олександрівна
2. Oleksandra O. Vinnichenko

Кваліфікація:

Ідентифікатор ORCID ID: 0009-0007-8089-8162

Вид дисертації: доктор філософії

Аспірантура/Докторантура: так

Шифр наукової спеціальності: 111

Назва наукової спеціальності: Математика

Галузь / галузі знань: математика та статистика

Освітньо-наукова програма зі спеціальності: Математика

Дата захисту: 17-12-2024

Спеціальність за освітою: 111 Математика

Місце роботи здобувача: Інститут математики Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 05417207

Місцезнаходження: вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01024, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

III. Відомості про організацію, де відбувся захист

Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради): PhD 7073

Повне найменування юридичної особи: Інститут математики Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 05417207

Місцезнаходження: вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01024, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію

Повне найменування юридичної особи: Інститут математики Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 05417207

Місцезнаходження: вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01024, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

V. Відомості про дисертацію

Мова дисертації: Англійська

Коди тематичних рубрик: 27.31.21, 27.35, 27.17, 27.17.35, 27.31

Тема дисертації:

1. Геометричні та алгебраїчні властивості бездисперсійного рівняння Нижника
2. Geometric and algebraic properties of dispersionless Nizhnik equation

Реферат:

1. У дисертації виконано розширений симетрійний аналіз (дійсного симетричного потенціального) бездисперсійного рівняння Нижника $u_{txy}=(u_{xx}u_{xy})_x + (u_{xy}u_{yy})_y,$ (1) яке також називають бездисперсійним рівнянням Нижника–Новікова–Веселова або навіть бездисперсійним рівнянням Новікова–Веселова. Це рівняння є бездисперсійним аналогом дійсного симетричного потенціального рівняння Нижника. Разом із рівнянням (1) також розглянуто його нелінійне представлення Лакса $v_t=\frac13\left(v_x^3-\frac{u_{xy}^3}{v_x^3}\right)+u_{xx}v_x-\frac{u_{xy}u_{yy}}{v_x}, v_y=-\frac{u_{xy}}{v_x}$ (2) і бездисперсійний відповідник $p_t=(h^1p)_x+(h^2p)_y, h^1_y=p_x, h^2_x=p_y$ (3) симетричної системи Нижника, який є потенціальною системою для рівняння (1). У розділі 1 досліджено симетрійні властивості рівняння (1) та систем (2) і (3). Зокрема, знайдено їх максимальні алгебри ліївської інваріантності $\mathfrak g$, $\mathfrak g_{\rm L}$, $\mathfrak g_{\rm dN}$, а також максимальну алгебру $\mathfrak g_{\rm c}$ контактних симетрій рівняння (1). Застосовуючи оригінальну версію алгебраїчного методу на основі мегаідеалів, обчислено псевдогрупи точкових симетрій G, $G_{\rm L}$, $G_{\rm dN}$

відповідно для рівняння (1) та систем (2), (3), а також псевдогрупу контактних симетрій $G_{\rm c}$ рівняння (1). Виявилося, що необхідна алгебраїчна умова, яка є основою методу, повністю визначає псевдогрупу G, а тому для завершення її обчислення не потрібно використовувати прямий метод. Це перший приклад такого роду в літературі. Окрім того доведено, що псевдогрупа G містить рівно три незалежні дискретні елементи, а псевдогрупа $G_{\rm c}$ є першим продовженням псевдогрупи G. Обчислення псевдогрупи $G_{\rm c}$ є першим прикладом застосування версії алгебраїчного методу на основі мегаідеалів для знаходження псевдогрупи контактних симетрій диференціального рівняння. Описано всі диференціальні рівняння третього порядку з трьома незалежними змінними, які інваріантні відносно алгебри $\mathfrak g$. Знайдено повний набір геометричних властивостей рівняння (1), що виокремлюють його з усього класу диференціальних рівнянь із частинними похідними третього порядку з трьома незалежними змінними. У розділі 2 вичерпно вивчено ліївські редукції рівняння (1) і побудовано широкі сім'ї його інваріантних розв'язків. Вперше представлено точний формалізований опис повної оптимізованої процедури ліївської редукції у випадку системи рівнянь із частинними похідними з трьома незалежними змінними, релевантному для рівняння (1). Використовуючи результати розділу 1, прокласифіковано одно- та двовимірні підалгебри алгебри $\mathfrak g$ і одновимірні підалгебри алгебри $\mathfrak g_{\rm L}$ з точністю до G- і $G_{\rm L}$-еквівалентності, відповідно. Замість стандартного підходу, що ґрунтується на знаходженні і використанні внутрішніх автоморфізмів алгебр Лі, розглянуто дію псевдогрупи G на алгебру $\mathfrak g$, яку знайдено через підняття векторних полів з $\mathfrak g$ елементами псевдогрупи G. Вперше обчислено групи точкових симетрій редукованих рівнянь, включно з їх дискретними точковими симетріями, і в усіх випадках перевірено, чи є ці симетрії або прихованими, або індукованими. Оскільки більшість розглянутих редукованих рівнянь є досить громіздкими, різні версії алгебраїчного методу набагато ефективніші для таких обчислень, ніж прямий метод. Крім того, деякі редуковані рівняння для рівняння (1) не є максимального рангу. Отже, зазначений аналіз редукованих рівнянь є, зокрема, першим в літературі явним і систематичним дослідженням ліївських та загальних точкових симетрій диференціальних рівнянь, які не є максимального рангу. У результаті широкі сім'ї нових інваріантних розв'язків рівняння (1) побудовано у явному вигляді в термінах елементарних функцій, функцій Ламберта та гіпергеометричних функцій, а також у параметричній або неявній формах. Оскільки будь-яка функція вигляду $u=w(t,x)+\tilde w(t,y)$, що відповідає адитивному розділенню змінних x та y, є розв'язком рівняння (1), таке розділення змінних тривіальне для цього рівняння. Тому для пошуку неліївських розв'язків рівняння (1), які узагальнюють деякі його інваріантні розв'язки, застосовано мультиплікативне розділення змінних x та y, анзац для якого має вигляд $u=\varphi(t,x)\psi(t,y)$ з $\varphi_x\ne0$ і $\psi_y\ne0$. Отримані результати показують, що ще більше розв'язків рівняння (1) в деякій замкненій формі можна побудувати, використовуючи інші методи симетрійного аналізу диференціальних рівнянь.

2. In the thesis, we carried out extended symmetry analysis of the (real symmetric potential) dispersionless Nizhnik equation $u_{txy}=(u_{xx}u_{xy})_x + (u_{xy}u_{yy})_y,$ (1) which is also called as the dispersionless Nizhnik–Novikov–Veselov equation or even the dispersionless Novikov–Veselov equation. This equation is the dispersionless counterpart of the real symmetric potential Nizhnik equation. Simultaneously with the equation (1), we considered its nonlinear representation Lax representation $v_t=\frac13\left(v_x^3-\frac{u_{xy}^3}{v_x^3}\right)+u_{xx}v_x-\frac{u_{xy}u_{yy}}{v_x}, v_y=-\frac{u_{xy}}{v_x},$ (2) and the dispersionless counterpart $p_t=(h^1p)_x+(h^2p)_y, h^1_y=p_x, h^2_x=p_y$ (3) of the symmetric Nizhnik system. In Chapter (1), we studied symmetry properties of the equation (1) and the systems (2) and (3). In particular, we found their maximal Lie invariance algebras $\mathfrak g$, $\mathfrak g_{\rm L}$ and $\mathfrak g_{\rm dN}$ and the maximal contact-symmetry algebra $\mathfrak g_{\rm c}$ of the equation (1). Applying an original megaideal-based version of the algebraic method, we computed the point-symmetry pseudogroups G, $G_{\rm L}$ and $G_{\rm dN}$ of the equation (1) and the systems (2) and (3), respectively, as well as the contact-symmetry pseudogroup $G_{\rm c}$ of the equation (1). It turned out that the necessary algebraic condition, which is the base of the method, completely defines the pseudogroup G, and therefore there is no need to use the direct method for completing the computation. This is the first example of this kind in the literature. In addition, we

proved that the pseudogroup G contains exactly three independent discrete elements, and the pseudogroup $G_{\rm c}$ is the first prolongation of G. The computation of the pseudogroup $G_{\rm c}$ is the first example of applying the megaideal-based version of the algebraic method to finding the contact-symmetry pseudogroup of a differential equation. We described all the third-order partial differential equations in three independent variables that are invariant with respect to the algebra $\mathfrak g$. We also find a set of geometric properties of the equation (1) that singles out it from the entire class of third-order partial differential equations with three independent variables. In Chapter 2, the Lie reductions of the equation (1) are exhaustively studied and the wide families of its invariant solutions are constructed. We presented for the first time a precise and formalized description of the complete optimized Lie reduction procedure in the case of a system of partial differential equations with three independent variables, which is relevant to the equation (1). Using the results of Chapter 1, we classified one- and two-dimensional subalgebras of the algebra $\mathfrak g$ and one-dimensional subalgebras of the algebra $\mathfrak g_{\rm L}$ up to the G- and $G_{\rm L}$-equivalences, respectively. Instead of the standard approach, which is based on finding and using inner automorphisms of Lie algebras, we considered the action of the pseudogroup G on the algebra $\mathfrak g$, which was found by pushing forward vector fields from $\mathfrak g$ by elements of the pseudogroup G. We computed for the first time the point symmetry groups of reduced equations, including their discrete point symmetries, and it was checked in all the cases whether these symmetries are hidden or induced. Since most of the obtained reduced equations for the equation (1) are quite cumbersome, various versions of the algebraic method are much more efficient in the course of the above computation than the direct method. In addition, some of these reduced equations are not of maximal rank. Therefore, the mentioned analysis of reduced equations is, in particular, the first explicit and systematic study of Lie and general point symmetries of differential equations that are not of maximal rank. As a result, we constructed wide families of new invariant solutions of the equation (1) in explicit form in terms of elementary, Lambert and hypergeometric functions as well as in parametric or implicit form. Since any function of the form $u=w(t,x)+\tilde w(t,y)$, which corresponds to the additive separation of the variables x and y, is a solution of the equation (1), this separation of variables is trivial for (1). Therefore, to look for non-Lie solutions of the equation (1) that generalize some of its invariant solutions, we used the multiplicative separation of the variables x and y, the ansatz for which has the form $u=\varphi (t,x)\psi(t,y)$ with $\varphi_x\ne0$ and $\psi_y\ne0$. The obtained results show that more closed-form solutions of (1) can be constructed using other tools of symmetry analysis of differential equations.

Державний реєстраційний номер ДіР:

Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки: Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку суспільства і держави

Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності: Не застосовується

Підсумки дослідження: Теоретичне узагальнення і вирішення важливої наукової проблеми

Публікації:

- Boyko V.M., Popovych R.O. and Vinnichenko O.O., Point- and contact-symmetry pseudogroups of dispersionless Nizhnik equation, Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 132 (2024), 107915, 19 pp., doi:10.1016/j.cnsns.2024.107915, arXiv:2211.09759. (Scopus – Q1, WoS – Q1, SJR – Q1)
- Vinnichenko O.O., Boyko V.M. and Popovych R.O., Lie reductions and exact solutions of dispersionless Nizhnik equation, Anal. Math. Phys. 14 (2024), 82, 56 pp., doi:10.1007/s13324-024-00925-y, arXiv:2308.03744. (Scopus – Q1, WoS – Q2, SJR – Q1)

Наукова (науково-технічна) продукція: методи, теорії, гіпотези

Соціально-економічна спрямованість: розвиток і популяризація математичних знань

Охоронні документи на ОПІВ:

Наукові відкриття
    Нові методи та теорії

Впровадження результатів дисертації: Впровадження не планується

Зв'язок з науковими темами: 0120U100173

VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Бойко Вячеслав Миколайович

2. Vyacheslav M. Boyko

Кваліфікація: д. ф.-м. н., с.н.с., 01.01.03

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0002-9312-5376

Додаткова інформація:
;https://scholar.google.com.ua/citations?user=WUukv60AAAAJ&hl=uk;https://publons.com/researcher/2698268/vyacheslav-m-boyko/;https://www.scopus.com/authid/detail.uri?origin=AuthorProfile&authorId=7006535948&zone=

Повне найменування юридичної особи: Інститут математики Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 05417207

Місцезнаходження: вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01024, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Попович Роман Омелянович

2. Roman O. Popovych

Кваліфікація: д.ф.-м.н., професор, 01.01.02

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0003-2403-1525

Додаткова інформація: https://imath.kiev.ua/~rop/

Повне найменування юридичної особи: Інститут математики Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 05417207

Місцезнаходження: вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01024, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів

Офіційні опоненти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Самойленко Юлія Іванівна
2. Yuliia I. Samoilenko

Кваліфікація: д.ф.-м.н., с.н.с., 01.01.02

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0002-9923-0986

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Інститут Каміли Жордан, Університет Клода Бернара Ліона 1

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження: 43 Boulevard du 11 novembre 1918, Lion, 69007, Франція

Форма власності: Державна

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR:

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Юрик Іван Іванович
2. Ivan I. Yuryk

Кваліфікація: к. ф.-м. н., професор, 01.01.03

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0001-9769-8721

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Національний університет харчових технологій

Код за ЄДРПОУ: 02070938

Місцезнаходження: вул. Володимирська, буд. 68, Київ, 01601, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

Рецензенти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Нестеренко Марина Олександрівна
2. Maryna O. Nesterenko

Кваліфікація: д. ф.-м. н., с.д., 01.01.03

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0001-6352-2365

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи: Інститут математики Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 05417207

Місцезнаходження: вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01024, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Ванєєва Олена Олександрівна
2. Olena O. Vaneeva

Кваліфікація: д. ф.-м. н., с.д., 01.01.03

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0003-1841-0342

Додаткова інформація:
https://scholar.google.com/citations?user=9bpuMBIAAAAJ&hl=en;https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=15766497600

Повне найменування юридичної особи: Інститут математики Національної академії наук України

Код за ЄДРПОУ: 05417207

Місцезнаходження: вул. Терещенківська, буд. 3, Київ, 01024, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Національна академія наук України

Ідентифікатор ROR:

VIII. Заключні відомості

Власне Прізвище Ім'я По-батькові голови ради	Ребенко Олексій Лукіч
Власне Прізвище Ім'я По-батькові головуючого на засіданні	Ребенко Олексій Лукіч
Відповідальний за підготовку облікових документів	Локазюк Олександра Вікторівна
Реєстратор	УкрІНТЕІ

Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є відповідальним за реєстрацію наукової діяльності

Юрченко Тетяна Анатоліївна