

# Облікова картка дисертації

## I. Загальні відомості

**Державний обліковий номер:** 0518U000520

**Особливі позначки:** відкрита

**Дата реєстрації:** 21-05-2018

**Статус:** Захищена

**Реквізити наказу МОН / наказу закладу:**



## II. Відомості про здобувача

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Полулях Євген Олександрович

2. Polulyakh Yevgen

**Кваліфікація:** к. ф.-м. н., 01.01.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Вид дисертації:** доктор наук

**Аспірантура/Докторантура:** так

**Освітньо-наукова програма зі спеціальності:** Не застосовується

**Дата захисту:** 15-05-2018

**Спеціальність за освітою:** математика, прикладна математика

**Місце роботи здобувача:** Інститут математики Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 05417207

**Місцезнаходження:** вул. Терещенківська, 3, Київ, Київська обл., 01004, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

### **III. Відомості про організацію, де відбувся захист**

**Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради):** Д 26.206.03

**Повне найменування юридичної особи:** Інститут математики Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 05417207

**Місцезнаходження:** вул. Терещенківська, 3, Київ, Київська обл., 01004, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

### **IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію**

**Повне найменування юридичної особи:** Інститут математики Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 05417207

**Місцезнаходження:** вул. Терещенківська, 3, Київ, Київська обл., 01004, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

### **V. Відомості про дисертацію**

**Мова дисертації:**

**Коди тематичних рубрик:**

**Тема дисертації:**

1. Топологія сингулярних шарувань на поверхнях і суміжні питання
2. Topology of singular foliations on surfaces and related questions

**Реферат:**

1. Дисертація присвячена вивченню одновимірних шарувань з особливостями на поверхнях, а також об'єктів, які їх породжують --- функцій і динамічних систем. Основним методом досліджень є побудова комбінаторних інваріантів. Розглянуто клас неперервних функцій на двовимірних поверхнях, що є локально топологічно еквівалентними до гладких функцій з ізольованими особливостями. Знайдено умови, при яких простір Кронрода-Ріба такої функції має просту будову. Досліджено одновимірні шарування на двовимірних поверхнях, всі листи яких гомеоморфні  $R$  і є замкненими підмножинами відповідної поверхні. Означено смугасті поверхні з канонічними шаруваннями на них, які є найбільш простими представниками цього класу. Знайдено необхідні й достатні умови, при виконанні яких поверхня листово гомеоморфна деякій смугастій поверхні. Для різних класів псевдогармонічних функцій побудовано їх топологічні інваріанти, а також розглянуто питання реалізації певних класів графів з додатковою структурою в якості таких інваріантів. Розглянуто узагальнення псевдогармонічних функцій на двовимірних поверхнях і вивчено локальну будову розбиття на компоненти зв'язності їх множин рівня. Отримано низку інших результатів, які зв'язані з будовою

шарувань з особливостями і розбиттями на компоненти зв'язності множин рівня неперервних і гладких функцій на многовидах. Досліджено низку інваріантів обертовних динамічних систем з дискретним часом. Зокрема доведено, що для довільного гомеоморфізму  $f: X \rightarrow X$  гаусдорфівського топологічного простору  $X$  центри Біркгофа динамічних систем  $(X, f)$  і  $(X, f^n)$  збігаються для кожного  $n > 1$ . Розглянуто категорію всіх проєкцій обертової динамічної системи  $(X, f)$  на одометри. Описано скелет цієї категорії у випадку, коли динамічна система  $(X, f)$  нерозкладна.

2. Dissertation is studying one-dimensional foliations with singularities on the surfaces as well as objects generating them such as functions and dynamical systems. The main technique of exploration is constructing of combinatorial invariants such as spaces of leaves of a foliation and related objects, graphs which are the union of singular level sets of a function, etc. The work presents the following new results. We propose notions of a plain map of a locally finite tree and of a finite forest into the plane. It is proved that an arbitrary image of a finite forest in the plane under such a map is a level set of some pseudo-harmonic function. We consider a class of continuous functions on noncompact surfaces such that topological structure of their level sets is similar to that of smooth functions with isolated singularities. The sufficient conditions are found under which Kronrod-Reeb space of such a function is a topological graph with stalks. We prove also that in the case of the plane these conditions are necessary as well. Pseudoharmonic functions in general position on the plane are discussed such that they have a finite number of singular points and comply with some additional conditions which guarantee that their Kronrod-Reeb spaces are graphs with stalks. Based on the Kronrod-Reeb space we construct a topological invariant that distinguishes functions from this class. For a certain class of graphs we prove the realization theorem as a combinatorial diagram of some function defined on a closed disk such that it is pseudo-harmonic in the interior points of the disk and its restriction to the boundary of the disk has a finite number of extremums. A class of striped surfaces is defined. We study a homotopic type of groups of foliated homeomorphisms of surfaces from this class endowed with canonical foliations. It is proved that with the exception of two cases the component of linear connectivity containing unity is contractible. Let  $X$  be a 2-manifold and  $\Delta$  be a foliation of dimension 1 on  $X$  such that each leaf of  $\Delta$  is homeomorphic to  $\mathbb{R}$  and has a saturated neighbourhood trivially fibrated into leaves of  $\Delta$ . We introduce the notion of a special leaf of  $\Delta$ . It is proved that under the additional condition that the family  $\text{specLeaves}$  of all special leaves of  $\Delta$  is locally finite it follows that  $X$  is foliated homeomorphic with a striped surface. Let  $Z$  be a 2-manifold with a one dimensional foliation  $\Delta$  on it such that each leaf  $\omega \in \Delta$  is homeomorphic to  $\mathbb{R}$  also being a closed subset of  $Z$ . The notion of singular leaf of  $\Delta$  is introduced. We prove that  $Z$  admits a foliated homeomorphism onto a striped surface if and only if the family  $\text{singLeaves}$  of all singular leaves of  $\Delta$  is locally finite. We introduce the notions of a regular and a saddle points of a continuous function on a surface which are weaker analogues of the notions of a regular and a singular points of a pseudo-harmonic function. We construct an example of a continuous function on the closed disk of dimension two such that it is constant on its boundary, has exactly two non strict local extremums inside the disk and has no saddle points. A counter-example is constructed to the hypothesis of J. Fox that any Peano-interior function is always constant on each component of connectivity of the closure of a set of its  $S$ -separated points. Necessary and sufficient conditions are found for the continuous function on the surface to be conjugate to a given pseudo-harmonic function. We give necessary and sufficient conditions to ensure that for a critical point  $z$  of a smooth function  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  there exists a sequence of components of connectivity of its level sets elements of which bound  $z$  and such that it converges to  $z$ . We generalize the theorem converse to Jordan's curve theorem. We provide conditions sufficient for a  $k$ -dimensional compact set to contain a  $k$ -disk. It is proved that Birkhoff centers of dynamical systems  $(X, g)$  and  $(X, g^n)$  coincide for any homeomorphism  $g: X \rightarrow X$  of a Hausdorff topological space  $X$  and each  $n \geq 2$ . We determine relations on periods for close enough periodic orbits of dynamical systems on the Cantor set ensuring that a phase space of a continuous suspension over such a dynamical system can not be embedded into a two dimensional surface (respectively, into an orientable two dimensional surface). For an invertible dynamical system  $(X, f)$  on a Hausdorff compact space  $X$  the category of all projections of  $(X, f)$  onto odometers is considered. A skeleton of this category is described in the case when  $(X, f)$  is indecomposable.

