

# Облікова картка дисертації

## I. Загальні відомості

**Державний обліковий номер:** 0525U000003

**Особливі позначки:** відкрита

**Дата реєстрації:** 02-01-2025

**Статус:** Підтверджена МОН

**Реквізити наказу МОН / наказу закладу:** Наказ МОН №621 від 24.04.2025



## II. Відомості про здобувача

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Білушак Юрій Ігорович

2. Yurii Bilushchak

**Кваліфікація:** к. т. н., 01.05.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** 0000-0002-3559-4457

**Вид дисертації:** доктор наук

**Аспірантура/Докторантура:** так

**Шифр наукової спеціальності:** 01.05.02

**Назва наукової спеціальності:** Математичне моделювання та обчислювальні методи

**Галузь / галузі знань:** Не застосовується

**Освітньо-наукова програма зі спеціальності:** Не застосовується

**Дата захисту:** 15-01-2025

**Спеціальність за освітою:** Прикладна математика

**Місце роботи здобувача:** Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача  
Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 03534430

**Місцезнаходження:** вул. Наукова, буд. 3-б, Львів, 79060, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:**

### **III. Відомості про організацію, де відбувся захист**

**Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради):** Д 58.052.01

**Повне найменування юридичної особи:** Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

**Код за ЄДРПОУ:** 05408102

**Місцезнаходження:** вул. Руська, буд. 56, Тернопіль, Тернопільський р-н., 46001, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:**

### **IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію**

**Повне найменування юридичної особи:** Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 03534430

**Місцезнаходження:** вул. Наукова, буд. 3-б, Львів, 79060, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:**

### **V. Відомості про дисертацію**

**Мова дисертації:** Українська

**Коди тематичних рубрик:** 27.33, 27.35, 27.41, 27.31

**Тема дисертації:**

1. Математичне моделювання процесів масоперенесення у складних тілах з мікроструктурою
2. Mathematical modeling of mass transfer processes in complex bodies with a microstructure

**Реферат:**

1. Дисертаційна робота присвячена вирішенню важливої науково-прикладної проблеми, що полягає у розв'язанні підходів і методів математичного моделювання процесів масоперенесення в складних і складених тілах, що супроводжуються процесами сорбції-десорбції, каскадним розпадом або хімічними реакціями, за експериментальних даних на границі тіла. Сформульовано основні співвідношення математичної моделі термомеханогетеродифузії за каскадного розпаду дифундуючих речовин у багатокомпонентному середовищі з пастками; проведена аксіоматизація базових положень континуально-термодинамічного модельного опису процесів перенесення. За умовами локальної термодинамічної рівноваги між станами отримано часткові математичні моделі масоперенесення з ефективними характеристиками, які враховують каскадний розпад мігруючих частинок та особливості мікроструктури тіла. На основі розв'язаних моделей сформульовано нові постановки крайових задач каскадного типу, коли

концентрація частинок на певному кроці розпаду є джерелом маси розпадної речовини на наступному кроці, яка теж дифундує, сорбується, десорбується і розпадається. Побудовано математичні моделі конвективної дифузії забруднення у тришаровому фільтрі води та моделі механічного очищення та хімічного пом'якшення води в умовах невизначеності засипних фільтрів води. Розроблено системний підхід до математичного опису процесів перенесення в складних і складених системах за наявності експериментальних даних на одній з границь тіла, який ґрунтується на синтезі класичного підходу математичного моделювання зв'язаних процесів різної фізичної природи в неоднорідних середовищах для добре структурованої частини системи та неklasичного статистичного підходу до моделювання невідомої граничної умови на основі експериментальних даних. Розвинено метод чисельного інтегрування подвійних інтегралів зі змінними верхніми межами і змінною областю інтегрування на основі застосування кубатур у внутрішній області і здійснення триангуляційного розбиття вздовж змінної межі. Здійснено проектування архітектури та розроблено програмні комплекси для кількісного дослідження поширення домішкових речовин в тілах з мікроструктурою, що моделюють захисні шари технічних конструкцій, сховищ агресивних домішок, промислові фільтри, тощо.

2. The thesis is devoted to solving the important scientific and applied problem, which consists in the development of approaches and methods for mathematical modeling of mass transfer processes in complex and composite bodies accompanied by sorption-desorption processes, cascade decay or chemical reactions, under experimental data at the body boundary. The original nonlinear relationships of the mathematical model of thermomechanoheterodiffusion in a medium with traps accompanying the cascade decay of impurity particles were constructed in the axiomatized form. The full model consists of the balance equations of the mass of the components and the body as a whole, momentum, potential, kinetic, internal and total energy, entropy, and equations of state and kinetic relations. A variant of linearization of the equations of state and kinetic relations was proposed and the key system of equations for thermomechanoheterodiffusion in a multicomponent body was constructed taking into account the cascade decay of impurity particles in the case of choosing the temperature, body density, the vector of displacement of the points of the mass centers continuum and the concentration of impurity components, including those formed as a result of decay, as the solving functions. Partial variants of the mathematical model of heterodiffusion in a medium with traps under the cascade decay of migrating substances were obtained under conditions of thermodynamic equilibrium with respect to the processes of intertransition of particles between different states. On the basis of the obtained partial model variants, the processes of mass transfer of impurities in media with microstructure under the cascade decay of impurity components were investigated. For the specific scheme of decay, the coupled cascade-type initial-boundary value problems were formulated for the models of diffusion in a medium with effective characteristics, non-interacting flows, and diffusion in a medium with traps, when the concentration of particles at a certain decay step is the source of the mass of decaying matter at the next step, which also diffuses, sorbs, desorbs, and decays. The solutions of the cascade-type initial-boundary value problems for these mathematical models were constructed by an iterative procedure using Green's functions. The processes of mass transfer of impurities by two ways, taking into account the mutual transitions of particles between states and the cascade decay of impurity components were investigated. The concentrations and mass fluxes of migrating components were found and quantitatively studied, as well as the amount of the corresponding substances that passed through a unit area of a certain surface, for example, through the lower boundary of the layer, was determined. Based on the general mathematical model of thermomechanoheterodiffusion of migrating decaying substances in a medium with traps, the corresponding cascade-type initial-boundary value problems were formulated and solutions for the concentrations of decaying impurities at each stage of decay on the fast and slow migration ways, in traps, and for total concentrations were constructed by the analytical-iterative method using Green's functions. The matrix Green's function of the problem of heterodiffusion in a medium with traps was defined and its main regularities were established. Based on the obtained formulas, the Geterpas software package was developed for simulation of mass transfer processes in a body with traps under the cascade decay of impurities. Two approaches to the mathematical modeling of transport processes in complex and composite, including porous, bodies were developed. The systematic approach

to the mathematical description of transfer processes in multiphase systems with meso- or microstructure in the presence of experimental data at one of the body boundaries was developed. This approach was applied to the mathematical description of processes in three-layered water filters. The method of numerical double integration with variable upper limits was developed and a new algorithm was constructed for solving a nonlinear functional equation on an interval of unknown length. The mathematical model based on the balance mass equation for the system components to quantitatively describe the processes of mass transfer of pollution particles with an aqueous solution through a backfill water filter, taking into consideration the water softening by a chemical reaction was constructed. The components of the thermodynamic system are the interacting discrete sets of material particles that form the basis of the body (filter skeleton), the aqueous solution, and the impurity particles that are sorbed, in two distinct states in the aqueous solution and sorbed on the filter skeleton, a compound of one of the main cations, a reagent, particles of insoluble substance formed as a result of a chemical reaction, and gas molecules that instantly evaporate.

### **Державний реєстраційний номер ДіР:**

**Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки:** Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку суспільства і держави

**Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності:** Широке застосування технологій більш чистого виробництва та охорони навколишнього природного середовища

**Підсумки дослідження:** Теоретичне узагальнення і вирішення важливої наукової проблеми

### **Публікації:**

- Chernukha O.Y., Bilushchak Y.I., Chuchvara A.Y. On the error of the approximate calculation of double integrals with variable upper limits // Carpathian Mathematical Publications. – 2024. – 16, No 1. – P. 267-289. (Q1)
- Chernukha O., Bilushchak Y. Mathematical Modeling of the Processes of Convective Diffusion and Sorption in a Three-Layer Porous Body. I. Mass Transfer of Impurity Particles with a Porous Solution // Journal of Mathematical Sciences. – 2024. – Vol. 279, No 2. – P. 247-259. (Q3)
- Chernukha O., Bilushchak Y., Shakhovska N., Kulhánek R. A Numerical Method for Computing Double Integrals with Variable Upper Limits / Mathematics. – 2022. – Vol. 10 (1), 108. – 26 p. (Q1)
- Chernukha O., Chuchvara A., Bilushchak Y., Pukach P., Kryvinska N. Mathematical modelling of diffusion flows in two-phase stratified bodies with randomly disposed layers of stochastically set thickness // Mathematics. – 2022. – Vol. 10 (19), 3650. – 25p. (Q1)
- Chernukha O., Bilushchak Y. A mathematical model of two-way heterodiffusion processes with cascade decay of migrating particles // Journal of Mathematical Sciences. – 2021. – Vol. 253, No 1. – P. 156-167. (Q3)
- Bilushchak Y., Chernukha O. Modeling of the processes of heterodiffusion in two ways for the cascade decay of admixture particles. I. Cascade-type initial-boundary-value problems // Journal of Mathematical Sciences. – 2021. – Vol. 254, No 1. – P. 142-155. (Q3)
- Bilushchak Y., Chernukha O. Modeling of the Processes of Heterodiffusion in Two Ways for the Cascade Decay of Admixture Particles. II. Quantitative Analysis // Journal of Mathematical Sciences. – 2021. – Vol. 256, No 4. – P. 482-496. (Q3)
- Chernukha O., Bilushchak Y. Mathematical modeling of the mean concentration field in random stratified structures with regard for the jumps of sought function on the interfaces // Journal of Mathematical Sciences. – 2019. – Vol. 240, – P. 70-84. (Q3)
- Чернуха О.Ю., Білушак Ю.І. Математичне моделювання процесів конвективної дифузії і сорбції у тришаровому пористому тілі. II. Кількісний аналіз концентрації домішкових частинок на границях

контакту фаз // Мат. методи та фіз.-мех. поля. 2022. – 65, № 1-2. – С. 229-240. (категорія А)

- Chernukha O., Bilushchak Y., Chuchvara A. Mathematical modeling diffusion of admixture particles in a strip with randomly located spherical inclusions of different materials with commensurable volume fractions of phases // Scientific Journal of TNTU. – 2021. – Vol. 101, № 1. – P. 28-46.
- Chaplya Y., Chernukha O., Bilushchak Y. Matrix Green's function of double-diffusivity problem and its applications to problems with inner point source // Task Quarterly. – 2019. – Vol. 23, No. 1. – P.75-99
- Чернуха О. Ю., Білушак Ю. І. Про побудову інтегрального перетворення для опе-ратора рівняння конвективної дифузії за мішаних граничних умов // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2020. – Вип. 30. – 85-102
- Чернуха О., Гончарук В., Білушак Ю., Давидок А. Математичне моделювання та прогнозування поширення радіоактивних забруднень у приповерхневих шарах насиченого ґрунту // Математичні машини і системи. – 2017. – № 3. – С. 82-101
- Чернуха О., Білушак Ю. Комп'ютерне моделювання дифузії домішкових речовин у середовищі з пастками за каскадного розпаду частинок // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2017. – Вип. 25. – С. 170-183
- Чернуха О., Білушак Ю., Гончарук В. Математичне моделювання розподілу концентрації домішок у стохастичних шаруватих тілах за неідеальних умов контакту на міжфазних границях // Вісник Кременчуцького національного університету ім.М.Остроградського – 2017. – Вип. 3, Т. 104 – С.52-61
- Чернуха О., Гончарук В., Білушак Ю., Давидок А. Пакет програм “FlowRan” для до-слідження дифузійних потоків у випадкових шаруватих структурах // Математичні машини і системи. – 2016. – № 1. – С. 106-119
- Chernukha O.Y., Bilushchak Yu. I. Mathematical modeling of random concentration field and its second moments in a semispace with erlangian disrtibution of layered inclusions // Task Quarterly. – 2016. – Vol. 20, No. 3. – P.295-334
- Білушак Ю., Гончарук В., Чапля Є., Чернуха О. Математичне моделювання дифузії домішкових компонент за їх каскадного розпаду // Математичні машини і системи. – 2015. – № 1. – С. 146-155
- Гончарук В. Є., Білушак Ю. І., Чапля Є. Я., Чернуха О. Ю. Математичне моделювання та прогнозування поширення забруднень у ґрунті // Комунальне господарство міст. Серія: Безпека життя і діяльності – наука, освіта, практика. – 2015. – Вип. 120 (1). – С 115-121
- Білушак Ю.І, Чапля Є.Я., Чернуха О.Ю Про підсумовування асимптотичних доданків у розв'язках задач дифузії // Фізико-математичне моделювання та інформаційні тех-нології. – 2014. – Вип. 19. – С. 11-20
- Білушак Ю.І. Моделювання других моментів випадкового поля концентрації в півпросторі з експоненціальним розподілом шаруватих включень // Вісник Кремен-чуцького національ-ного університету ім. М. Остроградського – 2014. – Вип. 6, Т. 89 –С.71-79
- Білушак Ю. І, Гончарук В. Є., Чернуха О. Ю. Математична модель невзаємодіючих потоків для опису процесів масопереносу двома шляхами за каскадного розпаду частинок // Прикладні проблеми механіки і математики. – 2014. – Вип. 12. – С 137-145
- Чапля Є.Я. Чернуха О.Ю., Білушак Ю.І. Математичне моделювання гетеродифузійних процесів при розпаді частинок. – Львів: Растр-7, 2018. – 240 с
- Математичне моделювання нерівноважних процесів у складних системах / Білушак Ю.І., Гайвась Б.І. під заг. ред. Є.Я. Чаплі. – Львів: Растр-7, 2019. – 256 с
- Bilushchak Y., Chernukha O., Chuchvara A. Approximation of boundary condition according to experimental data on the lower surface of the body during the simulation of the bulk water filter / Technical research and development: collective monograph.– Boston : Published Primedia eLaunch, 2021. – P. 64-79
- Chernukha O., Chuchvara A., Bilushchak Y. Simulation of admixture diffusion in a layer with randomly disposed spherical inclusions / Information Technology in Selected Areas of Management 2017. – Krakow: Wydawnictwa AGH, 2018. – P. 109-123

**Наукова (науково-технічна) продукція:** методи, теорії, гіпотези; аналітичні матеріали

**Соціально-економічна спрямованість:** поліпшення стану навколишнього середовища; економія енергоресурсів; поліпшення якості життя та здоров'я населення, ефективності діагностики та лікування хворих

**Охоронні документи на ОПВ:**

**Впровадження результатів дисертації:** Впроваджено

**Зв'язок з науковими темами:** 0115U003566 0115U001883 0117U006866 0121U100456 0119U100607  
0117U001850 0123U101691

## **VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Чернуха Ольга Юріївна
2. Olha Chernukha

**Кваліфікація:** д. т. н., професор, 01.05.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** 0000-0003-4179-3521

**Додаткова інформація:** <https://scholar.google.com/citations?user=1GNN6KIAAAAJ&hl=ua>;  
<https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56293277100>

**Повне найменування юридичної особи:** Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 03534430

**Місцезнаходження:** вул. Наукова, буд. 3-б, Львів, 79060, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:**

## **VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів**

**Офіційні опоненти**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Журавчак Любов Михайлівна
2. Liubov Zhuravchak

**Кваліфікація:** д.т.н., с.н.с., 01.05.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** 0000-0002-1444-5882

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:** Національний університет "Львівська політехніка"

**Код за ЄДРПОУ:** 02071010

**Місцезнаходження:** вул. Степана Бандери, буд. 12, Львів, 79013, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Бомба Андрій Ярославович

2. Andrii Bomba

**Кваліфікація:** д.т.н., професор, 01.05.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** 0000-0001-5528-419

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:** Національний університет водного господарства та природокористування

**Код за ЄДРПОУ:** 02071116

**Місцезнаходження:** вул. Соборна, буд. 11, Рівне, Рівненський р-н., 33028, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Булавацький Володимир Михайлович

2. Volodymyr Bulavatskyi

**Кваліфікація:** д.т.н., професор, 01.05.02

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:** Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 05417176

**Місцезнаходження:** проспект Академіка Глушкова, буд. 40, Київ, 03187, Україна

**Форма власності:** Державна

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:**

**Рецензенти**

**VIII. Заключні відомості**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові  
голови ради**

Петрик Михайло Романович

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові  
головуючого на засіданні**

Петрик Михайло Романович

**Відповідальний за підготовку  
облікових документів**

Загородна Наталія Володимирівна

**Реєстратор**

УкрІНТЕІ

**Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є  
відповідальним за реєстрацію наукової  
діяльності**



Юрченко Тетяна Анатоліївна