

# Облікова картка дисертації

## I. Загальні відомості

Державний обліковий номер: 0420U100668

Особливі позначки: відкрита

Дата реєстрації: 24-06-2020

Статус: Захищена

Реквізити наказу МОН / наказу закладу:



## II. Відомості про здобувача

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Герасимова Тетяна Григорівна

2. Herasymova Tetiana Hryhorivna

Кваліфікація:

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Вид дисертації: кандидат наук

Аспірантура/Докторантура: так

Шифр наукової спеціальності: 01.01.06

Назва наукової спеціальності: Алгебра і теорія чисел

Галузь / галузі знань: Не застосовується

Освітньо-наукова програма зі спеціальності: Не застосовується

Дата захисту: 23-06-2020

Спеціальність за освітою: Математика

Місце роботи здобувача:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

### III. Відомості про організацію, де відбувся захист

**Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради):** Д 26.206.03

**Повне найменування юридичної особи:** Інститут математики Національної академії наук України

**Код за ЄДРПОУ:** 05417207

**Місцезнаходження:** вул. Терещенківська, 3, м. Київ, Київська обл., 01004, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Національна академія наук України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

### IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію

**Повне найменування юридичної особи:** Київський національний університет імені Тараса Шевченка

**Код за ЄДРПОУ:** 02070944

**Місцезнаходження:** вул. Володимирська, 60, м. Київ, Київська обл., 01033, Україна

**Форма власності:**

**Сфера управління:** Міністерство освіти і науки України

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

### V. Відомості про дисертацію

**Мова дисертації:**

**Коди тематичних рубрик:** 27.17.29

**Тема дисертації:**

1. Лінійно-алгебраїчні методи в теорії операторів
2. Linear-algebraic methods in operator theory

**Реферат:**

1. В дисертаційній роботі розглядаються певні класифікаційні задачі лінійної алгебри, а саме: класифікація пар взаємоанулюючих, класифікація матриць які є самоконгруєнтними за допомогою матриць з одиничним визначником, критерії унітарної подібності для матриць в загальному положенні та нормальних матриць, одночасна унітарна еквівалентність, та зведення пари кососиметричних матриць до її канонічної форми відносно конгруєнтності. Пари  $(A, B)$  взаємоанулюючих операторів  $AB=BA=0$  на скінченновимірному векторному просторі над алгебраїчно замкненим полем були класифіковані І.Гельфандом та В.Пономарьовим методом лінійних відносин. Класифікація такої пари  $(A, B)$  над довільним полем була Л.Назаровою, А.Ройтером, В.Сергейчуком та В.Бондаренко з класифікації скінченнопороджених модулів над діадою двох локальних дедекіндових кілець. В дисертації надано канонічні матриці пари  $(A, B)$  над довільним полем у явному вигляді та наведено конструктивне доведення: матриці  $(A, B)$  послідовно зводяться до їх канонічних форм перетвореннями подібності  $(A, B) \mapsto (S^{-1}AS, S^{-1}BS)$ . Д. Доковіч та Ф.Зехтман розглянули

векторний простір  $V$ , наділений білінійною формою. Вони довели, що усі ізометрії  $V$  над полем  $F$  характеристики відмінної від 2 мають одиничний визначник тоді та тільки тоді, коли  $V$  не має ортогональних доданків непарної розмірності (випадок характеристики 2 був також розглянутий). Їх доведення базується на класифікації білінійних форм Ріма. Е.Коклі, Ф.Допіко та Р.Джонсон надали інше доведення цього критерію над  $R$  та  $C$ , використовуючи канонічні пари Томпсона симетричних та кососиметричних матриць відносно конгруентності. Нехай  $M$  – матриця білінійної форми на  $V$ . Було надане інше доведення цього критерію над полем  $F$  використовуючи власні канонічні матриці відносно конгруентності та отримано необхідні та достатні умови, використовуючи канонічні форми  $M$  для конгруентності, пари  $(M^T, M)$  для еквівалентності, та  $M^{(-T)} M$  (якщо  $M$  не вироджена) для подібності. Кожна квадратна комплексна матриця унітарно подібна верхньотрикутній матриці з діагональними елементами у будь-якому визначеному порядку. Нехай  $A=[a_{ij}]$  та  $B=[b_{ij}]$  – верхньотрикутні  $n \times n$  матриці такі, що • вони не подібні прямій сумі матриць менших розмірів, або • вони є матрицями у загальному положенні та мають однакові головні діагоналі. У роботі доведено, що  $A$  та  $B$  унітарно подібні тоді та тільки тоді, якщо  $\|A_k\| = \|B_k\|$  для усіх  $h \in C[x]$  та  $k = 1, \dots, n$ , де  $A_k = [a_{ij}]_{(i,j=1)^k}$  та  $B_k = [b_{ij}]_{(i,j=1)^k}$  є лідируючими головними  $k \times k$  підматрицями матриць  $A$  та  $B$ , та  $\|\cdot\|$  – норма Фробеніуса. Надано декілька критеріїв унітарної подібності нормальної матриці  $A$  та довільної матриці  $B$  у термінах норм Фробеніуса, спектральних норм, характеристичних многочленів та слідів матриць. Нехай  $S_1, S_2, S_3, S_4$  задана скінченна множина пар  $n$ -на- $n$  комплексних матриць. Наведений алгоритм, що визначає за скінченну кількість обчислень, чи існує одна унітарна матриця  $U$  така, що матриці кожної пари з  $S_1$  унітарно подібні за допомогою  $U$ , з  $S_2$  унітарно конгруентні за допомогою  $U$ , з  $S_3$  унітарно подібні за допомогою  $U$ , та з  $S_4$  унітарно конгруентні за допомогою  $U$ . Нехай  $(A, B)$  – пара кососиметричних матриць над полем характеристики, відмінної від 2. Її регуляційний розклад – це пряма сума  $(\alpha, \beta) \oplus (A_1, B_1) \oplus \dots \oplus (A_t, B_t)$  що конгруентна  $(A, B)$ , в якій  $(\alpha, \beta)$  – пара невироджених матриць та  $(A_1, B_1) \oplus \dots \oplus (A_t, B_t)$  – вироджені нерозкладні канонічні пари кососиметричних матриць відносно конгруентності. Надано алгоритм, що будує регуляційний розклад. Також надано конструктивне доведення канонічної форми  $(A, B)$  відносно конгруентності над алгебраїчно замкненим полем характеристики, відмінної від 2.

2. Several aspects of the classification problem in linear algebra are considered: classification of pairs of mutually annihilating operators, classification of matrices that are self-congruent only via matrices of determinant one, criterion of unitary similarity for upper triangular matrices in general position and normal matrices, simultaneous unitary equivalences, and reduction of a pair of skew-symmetric matrices to its canonical form under congruence. Pairs  $(A, B)$  of mutually annihilating operators  $AB = BA = 0$  on a finite dimensional vector space over an algebraically closed field were classified by I. Gelfand and V. Ponomarev by method of linear relations. The classification of  $(A, B)$  over any field was derived by L. Nazarova, A. Roiter, V. Sergeichuk, and V. Bondarenko from the classification of finitely generated modules over a dyad of two local Dedekind rings. It is given canonical matrices of  $(A, B)$  over any field in an explicit form and our proof is constructive: the matrices of  $(A, B)$  are sequentially reduced to their canonical form by similarity transformations  $(A, B) \mapsto (S^{-1}AS, S^{-1}BS)$ . D. Docović and F. Szechtman considered a vector space  $V$  endowed with a bilinear form. They proved that all isometries of  $V$  over a field  $F$  of characteristic not 2 have determinant 1 if and only if  $V$  has no orthogonal summands of odd dimension (the case of characteristic 2 was also considered). Their proof is based on Riehm's classification of bilinear forms. E. Coakley, F. Dopico, and R. Johnson gave another proof of this criterion over  $R$  and  $C$  using Thompson's canonical pairs of symmetric and skew-symmetric matrices for congruence. Let  $M$  be the matrix of the bilinear form on  $V$ . It is given another proof of this criterion over  $F$  using our canonical matrices for congruence and obtain necessary and sufficient conditions involving canonical forms of  $M$  for congruence, of  $(M^T, M)$  for equivalence, and of  $M^{(-T)} M$  (if  $M$  is nonsingular) for similarity. Each square complex matrix is unitarily similar to an upper triangular matrix with diagonal entries in any prescribed order. Let  $A=[a_{ij}]$  and  $B=[b_{ij}]$  be upper triangular  $n \times n$  matrices that • are not similar to direct sums of matrices of smaller sizes, or • are in general position and have the same main diagonal. It is proved that  $A$  and  $B$  are unitarily similar if and only if  $\|A_k\| = \|B_k\|$  for all  $h \in C[x]$  and  $k = 1, \dots, n$ , where  $A_k = [a_{ij}]_{(i,j=1)^k}$  and  $B_k = [b_{ij}]_{(i,j=1)^k}$  are the leading principal  $k \times k$  submatrices of  $A$  and  $B$ , and  $\|\cdot\|$  is the Frobenius norm. It is given several criteria of unitary similarity of a normal matrix  $A$  and any matrix  $B$  in terms of the Frobenius and spectral

norms, characteristic polynomials, and traces of matrices. Let  $S_1, S_2, S_3, S_4$  be given finite sets of pairs of  $n$ -by- $n$  complex matrices. It is described an algorithm to determine, with finitely many computations, whether there is a single unitary matrix  $U$  such that each pair of matrices in  $S_1$  is unitarily similar via  $U$ , each pair of matrices in  $S_2$  is unitarily congruent via  $U$ , each pair of matrices in  $S_3$  is unitarily similar via  $U$ , and each pair of matrices in  $S_4$  is unitarily congruent via  $U$ . Let  $(A, B)$  be a pair of skew-symmetric matrices over a field of characteristic not 2. Its regularization decomposition is a direct sum  $(\alpha A, \alpha B) \oplus (A_1, B_1) \oplus \dots \oplus (A_t, B_t)$  that is congruent  $(A, B)$ , in which  $(\alpha A, \alpha B)$  is a pair of nonsingular matrices and  $(A_1, B_1) \oplus \dots \oplus (A_t, B_t)$  are singular indecomposable canonical pairs of skew-symmetric matrices under congruence. It is given an algorithm that constructs a regularization decomposition. We also give a constructive proof of the known canonical form of  $(A, B)$  under congruence over an algebraically closed field of characteristic not 2.

**Державний реєстраційний номер ДіР:**

**Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки:**

**Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності:**

**Підсумки дослідження:**

**Публікації:**

**Наукова (науково-технічна) продукція:**

**Соціально-економічна спрямованість:**

**Охоронні документи на ОПВ:**

**Впровадження результатів дисертації:**

**Зв'язок з науковими темами:**

## **VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Сергейчук Володимир Васильович
2. Sergeichuk Volodymyr Vasylyovych

**Кваліфікація:** д.ф.-м.н., 01.01.06

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

## **VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів**

## **Офіційні опоненти**

### **Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Проскурін Данило Павлович
2. Proskurin Danylo Pavlovych

**Кваліфікація:** д.ф.-м.н., 01.01.06

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

### **Власне Прізвище Ім'я По-батькові:**

1. Крюкова Галина Віталіївна
2. Kriukova Galyna V.

**Кваліфікація:** к. ф.-м. н., 01.01.06

**Ідентифікатор ORCID ID:** Не застосовується

**Додаткова інформація:**

**Повне найменування юридичної особи:**

**Код за ЄДРПОУ:**

**Місцезнаходження:**

**Форма власності:**

**Сфера управління:**

**Ідентифікатор ROR:** Не застосовується

## **Рецензенти**

## **VIII. Заключні відомості**

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові  
голови ради**

Дрозд Юрій Анатолійович

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові  
головуючого на засіданні**

Дрозд Юрій Анатолійович

**Відповідальний за підготовку  
облікових документів**

**Реєстратор**

**Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є  
відповідальним за реєстрацію наукової  
діяльності**



Юрченко Т.А.