Облікова картка дисертації

I. Загальні відомості

Державний обліковий номер: 0419U004485

Особливі позначки: відкрита

Дата реєстрації: 21-10-2019

Статус: Захищена

Реквізити наказу МОН / наказу закладу:

II. Відомості про здобувача

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Дреботій Роман Григорович
2. Drebotiy Roman Hryhorovych

Кваліфікація:

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Вид дисертації: кандидат наук

Аспірантура/Докторантура: так

Шифр наукової спеціальності: 01.01.07

Назва наукової спеціальності: Обчислювальна математика

Галузь / галузі знань: Не застосовується

Освітньо-наукова програма зі спеціальності: Не застосовується

Дата захисту: 18-10-2019

Спеціальність за освітою: прикладна інформатика

Місце роботи здобувача: Львівський національний університет імені Івана Франка

Код за ЄДРПОУ: 02070987

Місцезнаходження: вул. Університетська 1, м. Львів, Львівська обл., 79000, Україна

Форма власності:

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

III. Відомості про організацію, де відбувся захист

Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради): Д 35.051.07

Повне найменування юридичної особи: Львівський національний університет імені Івана Франка

Код за ЄДРПОУ: 02070987

Місцезнаходження: вул. Університетська 1, м. Львів, Львівська обл., 79000, Україна

Форма власності:

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію

Повне найменування юридичної особи: Львівський національний університет імені Івана Франка

Код за ЄДРПОУ: 02070987

Місцезнаходження: вул. Університетська 1, м. Львів, Львівська обл., 79000, Україна

Форма власності:

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

V. Відомості про дисертацію

Мова дисертації:

Коди тематичних рубрик: 27.41

Тема дисертації:

1. Побудова та аналіз hp-адаптивних схем методу скінченних елементів для задач дифузії-конвекції-реакції

2. Construction and analysis of hp-adaptive finite element schemes for diffusion-convection-reaction problems

Реферат/анотація:

1. Цю роботу присвячено дослідженню існуючих та розробці нових hp-адаптивних схем методу скінченних елементів (МСЕ) для сингулярно збурених крайових задач дифузії-конвекції-реакції. Ключовою особливістю адаптивних схем цього типу є використання поліноміальних апроксимацій довільних порядків на скінченних елементах поряд із згущенням вузлів сітки. Порівняно із класичними h-адаптивними схемами, такий підхід дає змогу будувати скінченновимірні простори МСЕ з кращими апроксимаційними властивостями. У праці розроблено нову схему адаптування, в основі якої лежить порівняння норм різних наближень до похибки на кожному скінченному елементі. Базуючись на такому порівнянні, виділено критерій, який дає змогу здійснити перебудову сітки скінченних елементів для наступної ітерації алгоритму. Підхід обґрунтовано для одновимірних симетричних задач. Результати числових експериментів засвідчили, що побудована стратегія також може бути застосована до несиметричних задач. У вступній частині роботи проаналізовано актуальність теми дослідження, сформульовано мету та подано перелік основних поставлених завдань, висвітлено наукову новизну та практичне значення результатів роботи. У першому розділі розглянуто

фундаментальні фізичні співвідношення, що описують процеси дифузії, конвекції та реакції у суцільному середовищі. На їх основі сформульовано модель дифузії-конвекції-реакції, у вигляді крайової задачі. Проаналізовано арсенал наявних числових та аналітичних методів розв'язування одержаної крайової задачі. Побудовано відповідну варіаційну задачу та доведено теорему про її коректність. Виокремлено клас сингулярно збурених задач, у яких конвективна та реактивна складові значно переважають над дифузійною складовою процесу перенесення домішки. Подано класифікацію алгоритмів адаптування. Розглянуто 4 типи схем: h-, r-, p-, hp-адаптивні. Детально проведено огляд та порівняння відомих hp-адаптивних алгоритмів. Другий розділ присвячено побудові апостеріорних оцінювачів похибок для апроксимацій довільних порядків. Сконструйовано спеціальний явний оцінювач, що безпосередньо враховує порядок апроксимації на скінченному елементі. Доведено його ефективність та надійність. Побудовано варіаційну задачу про похибку. Базуючись на ній, отримано неявний оцінювач на основі фундаментальних розв'язків. Додатково, сконструйовано ще два неявні оцінювачі Діріхле, що дають змогу оцінити похибку при поділі скінченного елемента навпіл, або при збільшенні його порядку. Досліджено питання ефективного обчислення оцінювача на основі контрольного розв'язку та доведено теорему про його поелементну декомпозицію. У третьому розділі розроблено нову стратегію hp-адаптування на основі порівнянь норм різних наближень до похибки. Побудовану схему теоретично обґрунтовано для симетричних задач. Розглянуто універсальний алгоритм на основі контрольного розв'язку та аспекти його ефективної реалізації. Для обчислення компонент глобальної системи лінійних рівнянь методу скінченних елементів використано квадратурні формули Гаусса високих порядків. Для побудови останніх запропоновано комбінування алгоритму Голуба-Уелша та QL-алгоритму з вибором зсувів за Уілкінсоном. Для розв'язування системи рівнянь, в обох алгоритмах hp-адаптування запропоновано та обґрунтовано використання методу статичної конденсації внутрішніх параметрів. У четвертому розділі міститься опис розроблених програмних засобів, що реалізують побудовані алгоритми, а також подано результати обчислювальних експериментів та їх аналіз для сингулярно збурених крайових задач дифузії-конвекції-реакції. Здійснено порівняльний аналіз розробленого алгоритму адаптування та алгоритму на основі контрольного розв'язку, а також розробленого алгоритму із типовою h-адаптивною схемою. Наведено порівняння різних оцінювачів та критеріїв адаптування. Результати числових експериментів підтверджують ефективність побудованих схем. Серед одержаних в дисертації результатів і методів варто відзначити такі: 1. програмна імплементація та теоретичний аналіз адаптивного алгоритму на основі контрольного розв'язку; 2. доведення можливості поелментної декомпозиції оцінювача на основі контрольного розв'язку; 3. побудова явного та неявних апостеріорних оцінювачів похибок для апроксимацій довільних порядків; 4. побудова стратегії hp-адаптування на основі порівняння норм різних наближень до похибки; 5. проведення та аналіз обчислювальних експериментів із застосування побудованих алгоритмів МСЕ до сингулярно збурених задач.

2. This work is devoted to the study of existing and development of new hp-adaptive finite element schemes for singularly perturbed diffusion-convection-reaction boundary-value problems. A key feature of adaptive schemes of this type is the use of polynomial approximations of arbitrary orders on finite elements along with the spatial refinement of the finite element mesh. Compared to the classical h-adaptive schemes, this approach allows us to construct finite-dimensional finite element spaces with better approximation properties. In this work, a new adaptation scheme was developed, which is based on the comparison of the norms of various approximations to the error on each finite element. Based on this comparison, a criteria has been constructed, which provide proper refinement of finite element mesh for the next iteration of the algorithm. The approach is proved for one-dimensional symmetric problems. The results of numerical experiments have shown that the constructed strategy can also be applied to nonsymmetric problems. In the introductory part of the paper, the relevance of the research topic is described, the purpose and list of the main tasks are formulated, the scientific novelty and the practical significance of the results of the work are highlighted. In the first section we consider fundamental physical relations, describing the processes of diffusion, convection and reaction in a continuous medium. On their basis, a diffusion-convection-reaction model is formulated in the form of a boundary-value problem. A set of available numerical and analytical methods for solving the obtained boundary value problem is analyzed. An appropriate

variational problem is constructed and the theorem on its well-posedness is proved. A class of singularly perturbed problems is described, in the sense, when the convective and reactive components considerably dominate the diffusion component. The classification of adaptation algorithms is described. Considered 4 types of schemes: h-, r-, p-, hp-adaptive. A detailed review and comparison of known hp-adaptive algorithms has been provided. The second section is devoted to the construction of a posteriori error estimators for approximations of arbitrary orders. A special explicit estimator has been constructed, which directly takes into account the order of approximation on the finite element. Its efficiency and reliability are proved. The variational problem of error is constructed. On its basis an implicit estimator was obtained, based on fundamental solutions. Additionally, two more implicit Dirichlet estimators have been constructed, which allow us to estimate an error in the case of finite element bisection or increasing of its order. The problem of effective calculation of the estimator, based on the reference solution solution is investigated and the theorem on its elementwise decomposition is proved. In the third section a new hp-adaptative finite element scheme is developed, which is based on comparisons of the different error approximations. The constructed scheme is theoretically substantiated for symmetric problems. The universal algorithm, based on the reference solution and its effective implementation is considered. Gaussian quadrature formulas of high orders are used to calculate the component of the global system of linear equations of the finite element method. To construct the latter, it is proposed to combine the Golub-Welsh algorithm and the QL-algorithm with Wilkinson's shifts. To solve the system of linear equations in both hp-adaptation algorithms, the use of the method of static condensation of internal parameters has been proposed and proved. The fourth section contains a description of the developed software, implementing the algorithms, as well as the results of computational experiments and their analysis for singularly perturbed diffusion-convection-reaction boundary-value problems. The comparative analysis of the developed adaptation algorithm and algorithm, based on the reference solution, as well as the developed algorithm with a typical h-adaptive scheme is considered. The comparison of different estimators and adaptation criteria is given. The results of numerical experiments confirm the efficiency of the constructed schemes. Among the results and methods obtained in the thesis, the following should be noted: 1. program implementation and theoretical analysis of an adaptive algorithm based on the reference solution; 2. proof of elementwise decomposition of the estimator based on reference solution; 3. construction of explicit and implicit a posteriori error estimators for high-order approximations; 4. construction of the hp-adaptation strategy based on the comparison of the norms of different approximations to local errors; 5. conducting and analysis of numerical experiments of application of constructed algorithms to singularly perturbed problems.

Державний реєстраційний номер ДіР:

Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки:

Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності:

Підсумки дослідження:

Публікації:

Наукова (науково-технічна) продукція:

Соціально-економічна спрямованість:

Охоронні документи на ОПІВ:

Впровадження результатів дисертації:

Зв'язок з науковими темами:

VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Шинкаренко Георгій Андрійович

2. Shynkarenko Georgii Andriyovych

Кваліфікація: д. ф.-м. н., 01.01.07

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів

Офіційні опоненти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Кутнів Мирослав Володимирович

2. Kutniv Myroslav Volodymyrovych

Кваліфікація: д. ф.-м. н., 01.01.07

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Вербіцький Віктор Васильович

2. Verbitskiy Viktor Vasyliovych

Кваліфікація: к. ф.-м. н., 01.01.07

Ідентифікатор ORCID ID: Не застосовується

Додаткова інформація:

Повне найменування юридичної особи:

Код за ЄДРПОУ:

Місцезнаходження:

Форма власності:

Сфера управління:

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

Рецензенти

VIII. Заключні відомості

Власне Прізвище Ім'я По-батькові голови ради Іванчов Микола Іванович

Власне Прізвище Ім'я По-батькові головуючого на засіданні Кирилич Володимир Михайлович

Відповідальний за підготовку облікових документів

Реєстратор

Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є відповідальним за реєстрацію наукової діяльності Юрченко Т.А.