

Облікова картка дисертації

I. Загальні відомості

Державний обліковий номер: 0823U100615

Особливі позначки: відкрита

Дата реєстрації: 18-09-2023

Статус: Наказ про видачу диплома

Реквізити наказу МОН / наказу закладу: Наказ Ректора Львівського національного університету імені Івана Франка від 25.09.2023 р. № 3628



II. Відомості про здобувача

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Сухорукова Христина Олександрівна

2. Khrystyna O. Sukhorukova

Кваліфікація:

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0002-4619-2445

Вид дисертації: доктор філософії

Аспірантура/Докторантура: так

Шифр наукової спеціальності: 111

Назва наукової спеціальності: Математика

Галузь / галузі знань: математика та статистика

Освітньо-наукова програма зі спеціальності: Математика

Дата захисту: 06-09-2023

Спеціальність за освітою: Математична економіка та економетрика

Місце роботи здобувача: Львівський національний університет імені Івана Франка

Код за ЄДРПОУ: 02070987

Місцезнаходження: вул. Університетська, буд. 1, Львів, 79000, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

III. Відомості про організацію, де відбувся захист

Шифр спеціалізованої вченої ради (разової спеціалізованої вченої ради): ДФ 35.051.114_ID 2009

Повне найменування юридичної особи: Львівський національний університет імені Івана Франка

Код за ЄДРПОУ: 02070987

Місцезнаходження: вул. Університетська, буд. 1, Львів, 79000, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

IV. Відомості про підприємство, установу, організацію, в якій було виконано дисертацію

Повне найменування юридичної особи: Львівський національний університет імені Івана Франка

Код за ЄДРПОУ: 02070987

Місцезнаходження: вул. Університетська, буд. 1, Львів, 79000, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

V. Відомості про дисертацію

Мова дисертації: Українська

Коди тематичних рубрик: 27.19, 27.21

Тема дисертації:

1. Неадитивні міри та їх застосування в теорії рівноваги
2. Non-additive measures and their application in equilibrium theory

Реферат:

1. Дисертація присвячена дослідженню класів неадитивних мір, породжених трикутними нормами \ast -мір). Такі міри означені як функціонали на просторах неперервних функцій зі значеннями в одиничному відрізку. Простори \ast -мір наділяються слабкою* топологією і в цій топології утворюють компактні гаусдорфові простори. Показана функторіальність конструкції простору \ast -мір у категорії компактних гаусдорфових просторів та їх неперервних відображень. Для просторів \ast -мір побудовано аналог відображення Мілютіна, відомого для просторів ймовірнісних мір та ідемпотентних мір, що дозволяє зводити загальний випадок до нульвимірного. Ідемпотентна математика — частина математики, в якій одна зі звичайних арифметичних операцій в R замінюється ідемпотентною операцією (наприклад, максимум). Результати та методи ідемпотентної математики знаходять численні застосування в різних частинах математики, а також в інформатиці та інших дисциплінах. Метою дисертаційної роботи є дослідження трикутних норм ρ в категорії компактних гаусдорфових просторів; дослідження просторів ρ -мір з компактними носіями на

ультраметричних (неархімедових) просторах; дослідження структури монади, породженої функтором p -мір з компактними носіями на категорії ультраметричних просторів і нерозтягуючих відображень, і встановлення деяких фундаментальних властивостей таких монад; означення ігор в p -значних стратегіях і доведення неперервності функцій виплат для цих ігор для застосування в теорії рівноваги. У дослідженнях проблематики дисертації застосовуються методи теорії функторів у топологічних категоріях, методи загальної топології, ідемпотентної математики, теорії категорій та теорії рівноваги. У розділі “Простори $*$ -мір на компактних гаусдорфових просторах” для кожної трикутної норми $*$ ми запроваджуємо поняття $*$ -міри як функціонала на просторі неперервних функцій $C(X, I)$. Множина усіх $*$ -мір на компактному гаусдорфовому просторі наділяється слабкою* топологією. Показано, що утворений простір $*$ -мір є компактным гаусдорфовим. Ця конструкція визначає коваріантний функтор на категорії компактних гаусдорфових просторів і неперервних відображень. Також побудовано аналог відображення Мілютіна, вперше означеного для ймовірнісних мір, для $*$ -мір та напівнеперервних згори ϵ -множностей. Крім того, побудовано опис $*$ -мір як замкнених множин добутку простору на одиничний сегмент з певними властивостями. Доведено, що множина p -мір зі скінченними носіями всюди щільна в просторі всіх p -мір. Одним з основних результатів розділу є опис просторів $*$ -мір як гіперпросторів множин з певними властивостями. Це дає змогу порівнювати між собою простори $*$ -мір для різних трикутних норм $*$. У розділі “Простори $*$ -мір з компактними носіями на ультраметричних просторах” розглядається ультраметричний випадок (нагадаємо, що метрика називається ультраметрикою, якщо вона задовольняє сильну нерівність трикутника), побудована ультраметризація просторів $*$ -мір з компактними носіями на ультраметричних просторах. Показано, що утворена конструкція визначає коваріантний функтор у категорії ультраметричних просторів та нерозтягуючих відображень. Він є аналогом для $*$ -мір функторів, означених для ймовірнісних мір, ідемпотентних мір та напівнеперервних зверху ϵ -множностей з компактними носіями. У дисертації доведено, що цей функтор є локально нерозтягуючим. Також доведено, що простір $*$ -мір з компактними носіями на повному ультраметричному просторі є повним ультраметричним простором. Одним з основних результатів цього розділу є збереження функтором $*$ -мір класу повних ультраметричних просторів. Розділ “Монади, породжені функторами $*$ -мір” присвячений структурі монади, що визначається функторами $*$ -мір на категорії Ultr ультраметричних просторів і нерозтягуючих відображень. Встановлено деякі фундаментальні властивості таких монад. Наведено приклади неізоморфних монад для різних трикутних норм $*$. Зокрема, така структура дозволяє визначити тензорний добуток $*$ -мір у категорії Ultr . Для цього розглянуто максимальну ультраметрику на добутку ультраметричних просторів. У свою чергу, ми визначаємо ігри в $*$ -значних стратегіях на ультраметричних просторах і доводимо неперервність функцій виплат для цих ігор. Нарешті, доведено, що будь-яку рівновагу для ігор у $*$ -значних стратегіях можна апроксимувати майже рівновагами, що складаються з $*$ -мір зі скінченними носіями.

2. The dissertation is dedicated to the study of classes of non-additive measures generated by triangular norms ($*$ -measures). Such measures are defined as functionals on spaces of continuous functions with values in the unit interval. The spaces of $*$ -measures are equipped with the weak* topology and form compact Hausdorff spaces in this topology. The functoriality of the construction of $*$ -measure spaces in the category of compact Hausdorff spaces and their continuous mappings is demonstrated. For $*$ -measure spaces, an analogue of the Milutin mapping is constructed, which is known for probability measures and idempotent measures, allowing the reduction of the general case to the zero-dimensional one. Idempotent mathematics is a part of mathematics where one of the usual arithmetic operations in \mathbb{R} is replaced by an idempotent operation (such as maximum). The results and methods of idempotent mathematics find numerous applications in various branches of mathematics, as well as in computer science and other disciplines. The purpose of the dissertation work is to investigate triangular norms $*$ in the category of compact Hausdorff spaces, to study $*$ -measure spaces with compact supports on ultrametric (non-Archimedean) spaces, to explore the structure of the monad generated by the functor of $*$ -measure spaces with compact supports in the category of ultrametric spaces and non-expanding mappings, and to establish certain fundamental properties of such monads. Furthermore, the dissertation defines games in $*$ -valued strategies and proves the continuity of payoff functions for these games for applications in

game theory and equilibrium. It also covers the structure of the monad generated by the $*$ -measure functor and its application to equilibrium in games with $*$ -valued strategies. The research in the dissertation employs methods from functor theory in topological categories, general topology, idempotent mathematics, category theory, and game theory. In the section "Spaces of $*$ -measure on Compact Hausdorff Spaces", for each triangular norm $*$, we introduce the concept of $*$ -measure as a functional on the space of continuous functions $C(X, I)$. The set of all $*$ -measures on a compact Hausdorff space is equipped with the weak* topology. It is shown that the resulting $*$ -measure space is a compact Hausdorff space. This construction defines a covariant functor in the category of compact Hausdorff spaces and continuous mappings. Moreover, an analog of the Milyutin mapping, first defined for probability measures, is constructed for $*$ -measures. Additionally, a description of $*$ -measures as closed subsets of the product space with a unit segment and certain properties is provided. It is proved that the set of μ -measures with finite supports is everywhere dense in the space of all μ -measures. One of the main results of this section is the description of $*$ -measure spaces as hyperspaces of sets with certain properties. This allows for the comparison of $*$ -measure spaces for different triangular norms $*$. In the section "Spaces of $*$ -measure with Compact Supports on Ultrametric Spaces", we consider the case of ultrametric spaces (recall that a metric is called ultrametric if it satisfies the strong triangle inequality) and construct the ultrametricization of spaces of $*$ -measures with compact supports on ultrametric spaces. It is shown that this construction defines a covariant functor in the category of ultrametric spaces and non-expansive mappings. It serves as an analogue for $*$ -measures of functors defined for probability measures, idempotent measures, and upper semicontinuous capacities with compact supports. The dissertation proves that this functor is locally non-expansive. Additionally, it is demonstrated that the space of $*$ -measures with compact supports on a complete ultrametric space is itself a complete ultrametric space. One of the main results of this section is the preservation of the class of complete ultrametric spaces by the functor of $*$ -measures. This section, "Monads generated by functors of $*$ -measure" is dedicated to the structure of a monad defined by $*$ -measure functors on the category of Ultr , which consists of ultrametric spaces and non-expansive mappings. Several fundamental properties of such monads are established. Examples of non-isomorphic monads for different triangular norms $*$ are provided. In particular, this structure allows for defining the tensor product of $*$ -measures in the category Ultr . For this purpose, the maximal ultrametric on the product of ultrametric spaces is considered. Furthermore, we define games in $*$ -valued strategies on ultrametric spaces and prove the continuity of payoff functions for these games. Finally, it is proven that any equilibrium for games in $*$ -valued strategies can be approximated by almost equilibria composed of $*$ -measures with finite supports.

Державний реєстраційний номер ДіР:

Пріоритетний напрям розвитку науки і техніки: Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку суспільства і держави

Стратегічний пріоритетний напрям інноваційної діяльності: Не застосовується

Підсумки дослідження: Нове вирішення актуального наукового завдання

Публікації:

- 1. Sukhorukova Kh., Zarichnyi M. (2020). On spaces of $*$ -Measures on ultrametric spaces. Вісник Львівського університету. Серія механіко-математична, 90, 76-83.
- 2. Sukhorukova Kh., Zarichnyi M. (2022). $\text{On } \mu$ -measure monads on the category of ultrametric spaces. Carpathian Math. Publ. 2022,14(2), 429-436. (Q2, Scopus, Web of Science)
- 3. Sukhorukova Kh. (2023). Spaces and maps of $*$ -measures. Matematychni Studii, 59 (2), 215-224. (Scopus, Q3)
- 4. Sukhorukova Kh.: Categorical properties of functionals generated by the triangular norms In: Book of Abstracts The 14th Summer School "Analysis, Topology, Algebra and Applications p. 34. Pidzakharychi,

Chernivtsi Region, Ukraine, August 10 – 20, 2019.

- 5. Sukhorukova Kh.: Functors in the category of compacts generated by triangular norms. In: Abstracts of the XV International scientific conference of students and young scientists "Modern problems of mathematics and its application in natural sciences and information technologies" p. 9. V.N. Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, Ukraine, March 13 – 14, 2020.
- 6. Sukhorukova Kh.: On idempotent measures and functionals generated by triangular norms In: Abstracts of Contemporary Mathematics in Kielce. Kielce, Poland, February 24 – 27, 2021.
- 7. Sukhorukova Kh.: Ultrametric spaces of μ -measures. In: Book of Abstracts International Online Conference Algebraic and Geometric Methods of Analysis dedicated to the memory of Yuriy Trokhymchuk, p. 147, May 25–28, 2021.
- 8. Sukhorukova Kh., Zarichnyi M.: On μ -measures on ultrametric spaces. In: Program and abstracts of 25th Christmass discussion, p. 3–4. Lviv, January 11 – 12, 2022.
- 9. Zarichnyi M., Mazurenko N., Sukhorukova Kh.: On (in)homogeneous fractals generated by μ -measures. In: Abstracts of the International online conference "Current Trends in Abstract and Applied Analysis", p. 55. Ivano-Frankivsk, Ukraine, May 12 – 15, 2022.
- 10. Sukhorukova Kh.: On K -ultrametrics and μ -measures. In: International Scientific Conference Devoted to 160 anniversary of Dvytro Grave (25.08.1863 – 19.12.1939), p. 113. Odesa, Ukraine, May 29 – June 1, 2023.

Наукова (науково-технічна) продукція:

Соціально-економічна спрямованість:

Охоронні документи на ОПІВ:

Впровадження результатів дисертації: Впровадження не планується

Зв'язок з науковими темами: № 122U001602

VI. Відомості про наукового керівника/керівників (консультанта)

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Зарічний Михайло Михайлович

2. Mykhailo M. Zarichnyi

Кваліфікація: д.ф.-м.н., професор, 01.01.04

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0002-6494-2289

Додаткова інформація: Scopus Author ID 16432399100; Web of Science Researcher ID: EIG-4357-2022;
<https://scholar.google.com.ua/citations?user=FI1nwrkAAAAJ&hl=uk>

Повне найменування юридичної особи: Львівський національний університет імені Івана Франка

Код за ЄДРПОУ: 02070987

Місцезнаходження: вул. Університетська, буд. 1, Львів, 79000, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

VII. Відомості про офіційних опонентів та рецензентів

Офіційні опоненти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Никифорчин Олег Ростиславович
2. Oleh R. Nykyforchyn

Кваліфікація: д. ф.-м. н., професор, 01.01.04

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0003-4758-9003

Додаткова інформація: Scopus Author ID 17435108500; Web of Science Researcher ID: F-3042-2019;
<https://scholar.google.com.ua/citations?hl=uk&user=MM8rw0kAAAAJ>

Повне найменування юридичної особи: Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

Код за ЄДРПОУ: 02125266

Місцезнаходження: вул. Шевченка, буд. 57, Івано-Франківськ, 76018, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Савченко Олександр Григорович
2. Oleksandr G. Savchenko

Кваліфікація: д. ф.-м. н., професор, 01.01.04

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0003-4687-5542

Додаткова інформація: Scopus Author ID 33467826600;
<https://scholar.google.com.ua/citations?hl=uk&user=srZZnpQAAAAJ>

Повне найменування юридичної особи: Херсонський державний університет

Код за ЄДРПОУ: 02125609

Місцезнаходження: вул. Університетська, буд. 27, Херсон, 73000, Україна

Форма власності:

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR: Не застосовується

Рецензенти

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Гутік Олег Володимирович
2. Oleg V. Gutik

Кваліфікація: к.ф.-м.н., доц., 01.01.06

Ідентифікатор ORCID ID: 0000-0001-8513-0282

Додаткова інформація: Scopus Author ID 6506873507; Web of Science Researcher ID: F-6694-2019;
<https://scholar.google.com.ua/citations?hl=uk&user=3fEStskAAAAJ>

Повне найменування юридичної особи: Львівський національний університет імені Івана Франка

Код за ЄДРПОУ: 02070987

Місцезнаходження: вул. Університетська, буд. 1, Львів, 79000, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

Власне Прізвище Ім'я По-батькові:

1. Радул Тарас Миколайович

2. Taras M. Radul

Кваліфікація: д.ф.-м.н., професор, 01.01.04

Ідентифікатор ORCID ID: 000-0002-0750-8283

Додаткова інформація: Scopus Author ID 16175781000; Web of Science Researcher ID: E-6377-2019;
<https://scholar.google.com.ua/citations?hl=uk&user=URgs9KsAAAAJ>

Повне найменування юридичної особи: Львівський національний університет імені Івана Франка

Код за ЄДРПОУ: 02070987

Місцезнаходження: вул. Університетська, буд. 1, Львів, 79000, Україна

Форма власності: Державна

Сфера управління: Міністерство освіти і науки України

Ідентифікатор ROR:

VIII. Заключні відомості

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові
голови ради**

Банах Тарас Онуфрійович

**Власне Прізвище Ім'я По-батькові
головуючого на засіданні**

Банах Тарас Онуфрійович

**Відповідальний за підготовку
облікових документів**

Жак Ольга Володимирівна

Реєстратор

УкрІНТЕІ

**Керівник відділу УкрІНТЕІ, що є
відповідальним за реєстрацію наукової
діяльності**



Юрченко Тетяна Анатоліївна